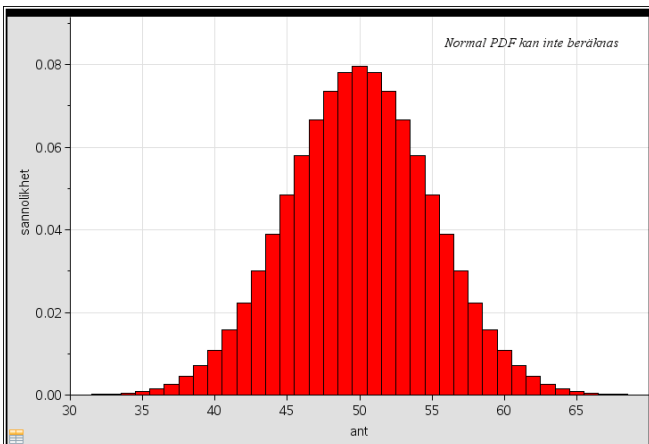


# Simulering med sannolikheter

Hur många personer måste vara samlade för att man ska vara säker på att 2 st har födelsedag samma dag? Just det: 366 st eftersom det finns 365 dagar och då måste ju någon dag ha 2st som fyller år samma dag.

I aktiviteten gör vi lite olika simuleringar med slumpstal. En rad med nollor och ettor visar ett mönster där ettor och nollor kan klumpa ihop sig. Dessutom måste det inte bli 50 av varje om man gör 100 kast. I teorin ser sannolikhetsfördelningen ut så här:



## Sid 5

Vi listar talserien här:  
 {kastserie}  
 ▶ [ 2 2 5 5 3 3 4 5 3 6 3 6 5 5 6 6 6 1 4 4 6 4 5 ]  
 Antal möjliga sekvenser:  
 $6^{50} = 808281277464764060643139600456536293376$   
 Detta är ett tal som är ungefär  $10^{39}$   
 Om alla människor på jorden ägnar sig åt att skriva ner en sådana här talserier med hjälp av datorer som tar fram en miljon tal i minuten hur lång tid skulle det då ta att skriva ner alla möjliga sekvenser?  
 Räkna här: |

Frågan på sid 5:

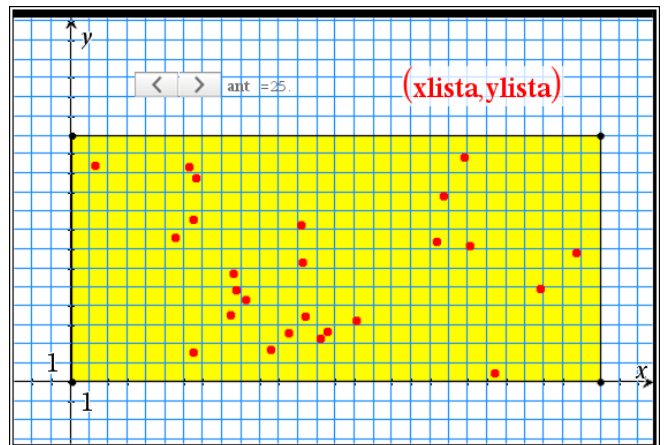
**Om alla människor på jorden ägnar sig åt att skriva ner en sådana här talserier med hjälp av datorer som tar fram en miljon tal i minuten, hur lång tid skulle det då ta att skriva ner alla möjliga sekvenser?**

Svar: 10 miljarder människor som tar fram en miljon tal i minuten blir totalt  $10^9 \cdot 10^6 = 10^{15}$  talserier per minut. Det betyder att det tar

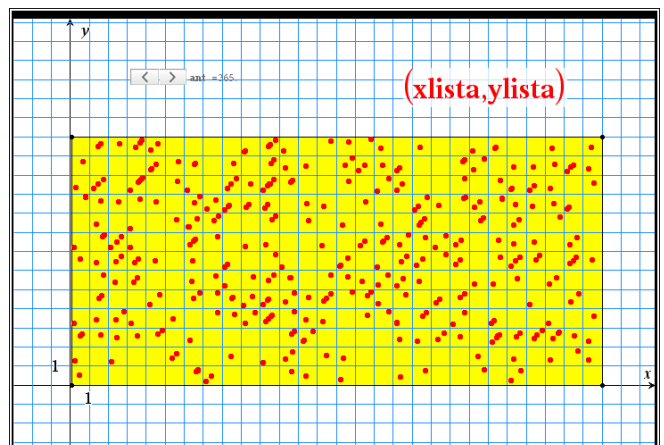
$$\frac{10^{39}}{10^{15}} \text{ minuter} = 10^{24} \text{ minuter} \Rightarrow \frac{10^{24}}{60 \cdot 24 \cdot 365} \text{ år}$$

$$\approx 2 \cdot 10^{18} \text{ år.}$$

I denna aktivitet gör vi en simulering där man kan variera antalet personer. Det ger en känsla för problemet och hur slumpen kan verka.



Antal = 25



antal = 365

### Förklaring till födelsedagsparadoxen

Det finns en annan aktivitet "Födelsedagsparadoxen" som mer noggrant går igenom beräkningarna av sannolikheterna. Den passar bäst i kurs 5 där kombinatorik ingår. Här är en enklare förklaring som passar bättre vid de inledande matematikstudierna.

Tänk dig en klass med 25 elever. Hur stor är nu sannolikheten att *minst* två fyller år på samma dag?

"Hm, det kan väl inte vara så stor chans! 25 st och 365 dagar att välja mellan."

Nu är det så att det ju *kan* finnas fler än två som fyller år på samma dag så ett bra sätt är då att uttrycka vår

frågeställning som "Hur stor är sannolikheten att *ingen* fyller år på samma dag?"

Om klassen bara består av två elever och du är en av dem så är ju sannolikheten att ni *inte* fyller år på samma dag

$$\frac{364}{365} \quad (1)$$

(Sannolikheten att ni fyller år på samma dag är ju  $\frac{1}{365}$ .)

Om ni är tre stycken, hur blir det då?

För den tredje personen är ju två dagar redan upptagna så sannolikheten att han/hon inte fyller år på samma dag som de övriga två är då

$$\frac{363}{365} \quad (2)$$

Dessa två sannolikheter, (1) och (2), ska nu gälla *samtidigt* och då blir sannolikheten att *ingen* av er tre har födelsedag samma dag

$$\frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365}$$

Så här håller man sedan på. Vi tittar hur det blir med 4 st, 5 st osv. För 25 st blir sannolikheten då

$$\frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot \frac{362}{365} \cdot \dots \cdot \frac{342}{365} \cdot \frac{341}{365}$$

Jösses vilket uttryck! Hur ska man räkna ut det här? Som tur är finns det numera räknare som klarar sånt här. Man räknar då med ngt som heter faktet.  $365!$ ,  $365$  med ett utropstecken efteråt, betyder just

$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 363 \cdot 364 \cdot 365$   
som är ett oerhört stort tal.

(Det är faktiskt ungefär  $2,5 \cdot 10^{778}$ , ett tal med nästan 800 siffror). Som tur är så ska vi här dividera stora tal med varandra så resultatet blir

$$\frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot \frac{362}{365} \cdot \dots \cdot \frac{342}{365} \cdot \frac{341}{365} \approx 0,43$$

Sannolikheten att *ingen* fyller på samma dag i en klass med 25 elever är alltså 0,43 eller 43 %. Sannolikheten att en eller fler fyller på samma dag är då  $100\% - 43\% = 57\%$ .

I diagrammet medan ser vi hur stor sannolikheten är för olika stora "klasser". När antalet är 50 är sannolikheten 97 %.

