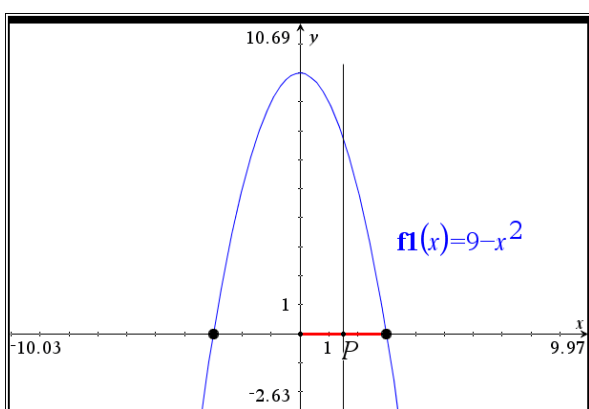


Rektangel under andragradskurva

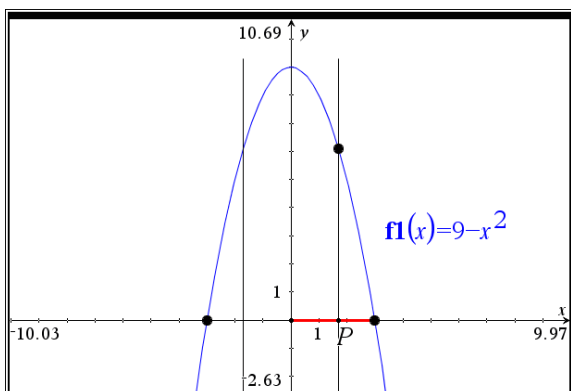
En rektangel har två hörn på x -axeln och två på kurvan $y = 9 - x^2$. Undersök hur arean av rektangeln förändras då rektangelns hörn flyttas.

- Börja med att bestämma skärningspunkterna mellan kurva och x -axeln. Punkterna för dessa ändras så att de syns tydligare (använd *Attribut*). Använd nu geometriverktyget *Segment* för placera en sträcka mellan origo och nollstället $x=3$.
- Placera en punkt på sträckan (Använd *Punkter och linjer, Punkt på*) och döp den till P . Konstruera sedan en linje vinkelrät mot x -axeln genom P (*Vinkelrät*).

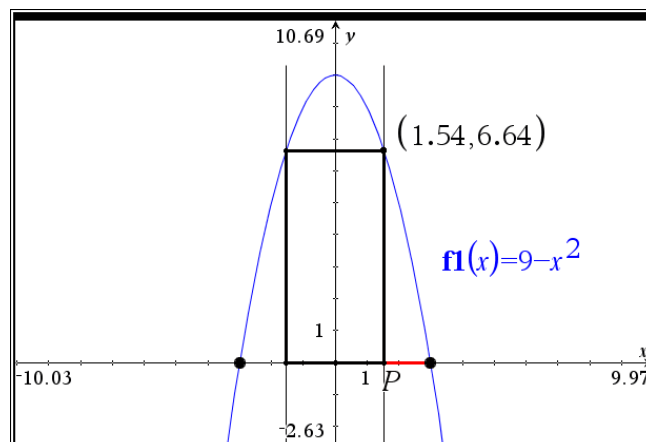
Så här ska det se ut nu.



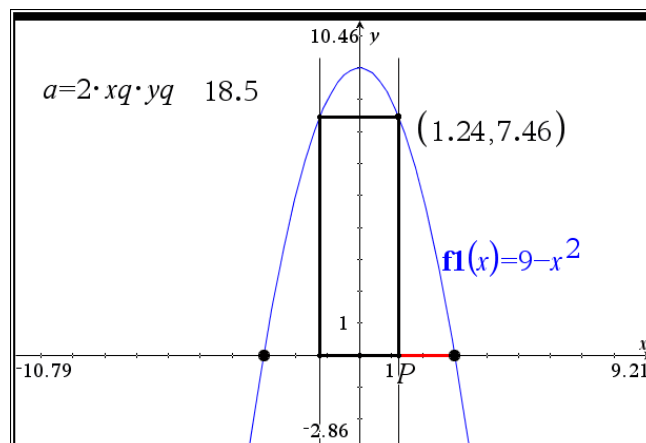
- Bestäm skärningspunkten mellan linjen och kurvan. Kontrollera att du gjort rätt genom att flytta P . Vid korrekt konstruktion ska punkten enbart kunna röras mellan origo och nollstället $x=3$.
- Spegla linjen i y -axeln. Detta utförs med verktyget *Reflektion*. Klicka på "spegel", dvs. y -axeln och sedan linjen. Genom denna konstruktion kommer den speglade linjen att följa rörelserna hos linjen genom P . Kontrollera att det fungerar.



- Konstruera rektangelns sidor genom att använda verktyget *Segment*. Se till att hörnen väljs korrekt i de avsedda punkterna, som "lyser upp" då markören förs intill. Använd *Attribut* att göra rektangelnsidorna tjockare. Ta fram koordinaterna för det övre högra hörnet i rektangeln.

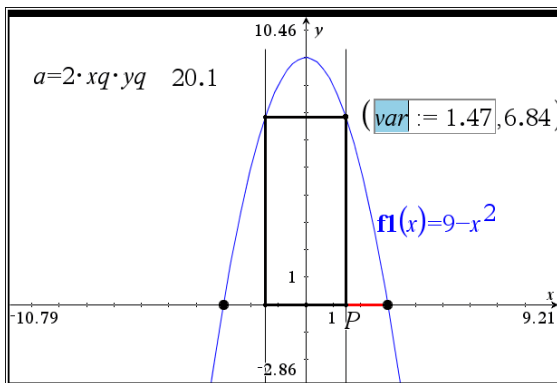


- Skriv med hjälp av textverktyget *Text*, in en formel för beräkning av rektangelns area. Skriv t ex in formeln $a = 2 \cdot xq \cdot yq$, där xq och yq är koordinaterna för det övre högra hörnet. Tryck enter efter inmatningen.
- Beräkna rektangelns area med hjälp av verktyget *Beräkna*. Klicka först på formeln. När markören flyttas ut ur formeln efterfrågas värdet på xq med Markera xq ? Klicka då på x -koordinaten för det övre högra hörnet. Klicka sedan på yq . Placera det beräknade värdet till höger om formeln.



- Undersök hur värdet för arean förändras då punkten P flyttas längs x -axeln. Vilken area tycks maximal?
- Vi ska nu försöka ta reda på hur arean beror av x -koordinaten för det övre högra hörnet och visa det grafiskt. Vi ska då lagra värdena för x -koordinat och area i variabler och sedan plotta dessa mot varandra.

- Högerklicka nu på x -koordinaten och välj *Lagra*. Istället för *var* skriver du nu in ett namn på variabeln. Skriv t ex *xkoord*. Gör sedan likadant med värdet på arean.



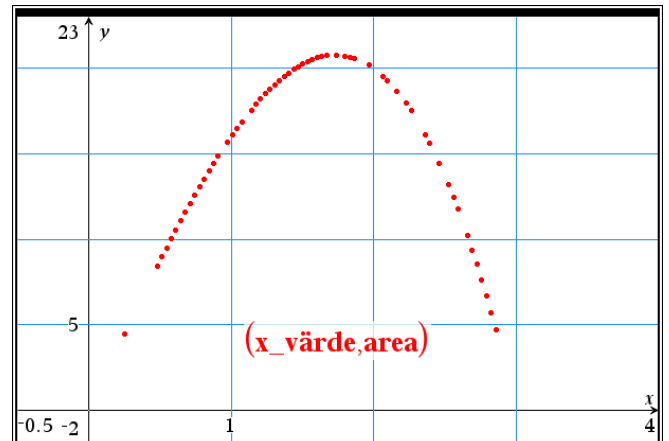
- Nu har vi lagrat våra variabler. Dra sedan punkten **P** åt vänster så att rektangeln blir smal och hög. Infoga sedan en ny sida med appen Listor & Kalkylblad.
- Skriv i formelfälten enligt skärmen nedan och tryck enter. *capture* betyder fånga in och vi fångar alltså in aktuella värden på x -koordinaten och arean. Döp sedan kolumnerna till $x_värde$ och *area*.

A	x_värde	B	area	C	D
=	=capture('xkoord,1)	=	=capture('areavärde,1)		
1	0.247934		4.43233		
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					

- Gå nu tillbaka till grafsidan och dra lugnt punkten **P** åt höger så långt som möjligt. Titta på kalkylsidan vad som hänt. Vi har nu fångat in ett stort antal värden på x -koordinaten och arean. Elegant! Om du misslyckas med dragningen kan du radera innehållet i kolumnerna och börja om igen.

A	x_värde	B	area	C	D
=	=capture('xkoord,1)	=	=capture('areavärde,1)		
1	0.247934		4.43233		
2	0.479339		8.40783		
3	0.512397		8.95408		
4	0.545455		9.49361		
5	0.578512		10.026		
6	0.61157		10.5508		
7	0.644628		11.0676		
8	0.677686		11.5759		
9	0.710744		12.0753		

- Öppna nu en ny grafsida och rita ett spridningsdiagram med x -variabeln $x_värde$ och y -variabeln *area*. Efter lite ändring av fönsterinställning ser vi nu de plottade punkterna. Om du spårar i plottningen kan du se ett ungefärligt maxvärde.



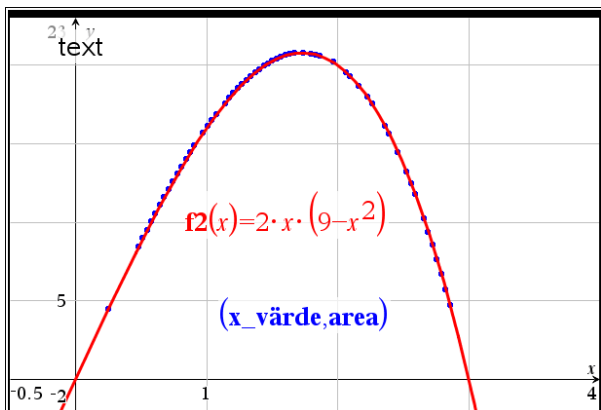
- Rita nu en funktion för sambandet mellan x -värdet och arean i samma graffönster som ovan. x -värdet är ju halva basen i rektangeln. Hur stämmer det med de plottade punkterna?
- Bestäm maxvärdet för funktionen grafiskt/numeriskt.
- Beräkna funktionens maxvärde analytiskt med CAS-verktyg med hjälp av derivatan.

Lärraranvisning

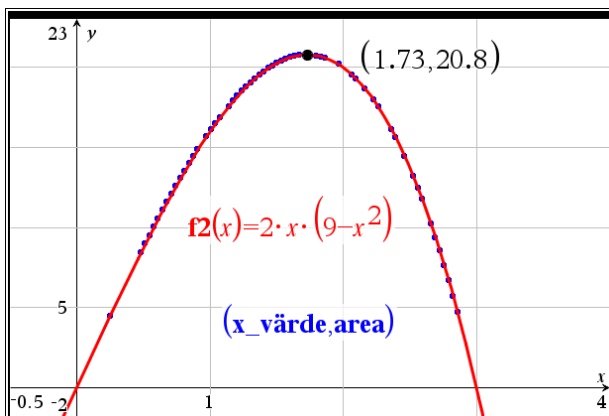
Nödvändiga förkunskaper

Känna till derivatans egenskaper. Ha någorlunda god erfarenhet av att använda TI-Nspire. Kunna placera punkter på en given linje, konstruera en linje vinkelrät mot en given linje och bestämma skärningspunkter.

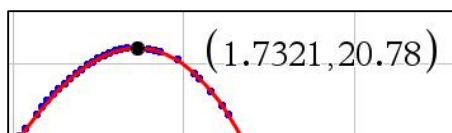
Här har vi nu ritat funktionen för sambandet mellan rektangelns halva bas och arean.



Maxvärdet kan bestämmas grafiskt/numeriskt



Om man högerklickar på koordinaterna för maxvärdet kan man ställa in antalet decimaler som ska visas.



För den sista uppgiften öppnar man en sida med antecknings-appen. Det går naturligtvis lika bra med appen Räkare men fördelen med Anteckningar är att man kan skriva in kommenterande text och göra förmoderingar av text och beräkningar.

Där kan man nu definiera funktionen, t ex $rektangelarea(x)$ Sedan bestämmer man derivatan och derivatans nollställen och värdet av areafunktionen i det högra nollstället.

```
Define rektangelarea(x)=2*x*(9-x^2) ▶ Klar
d/dx(rektangelarea(x)) ▶ 18-6*x^2
solve(d/dx(rektangelarea(x))=0,x) ▶ x=-√3 or x=√3
rektangelarea(√3) ▶ 12*√3 |
rektangelarea(√3) ▶ 20.7846
□
```

Man kan också visa att det är ett maximum t ex med hjälp av andraderivatan.