

Färjtrafik



Två färjor rör sig oavbrutet mellan två färjelägen A och B. Färjorna avgår samtidigt, den ena från A och den andra från B. Färjorna möts första gången 800 m från A. Då båda fartygen har vänt i respektive färjeläge möts de på återfärden 200 m från B. Hur långt är avståndet mellan färjelägena A och B? Vi antar att båda färjorna rör sig med konstant hastighet.

Vi antar att avståndet mellan A och B är x meter. När färjorna möts så har båt en från A rört sig 800 m och båten från B $(x-800)$ m



Det betyder att vi kan teckna ett uttryck för förhållandet mellan deras hastigheter som

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{800}{x-800}$$

Sedan möts de igen på återfärden och då har de rört sig sammanlagt $x+200$ respektive $x+(x-200)$ meter. Då kan vi teckna förhållandet mellan Deras hastigheter som

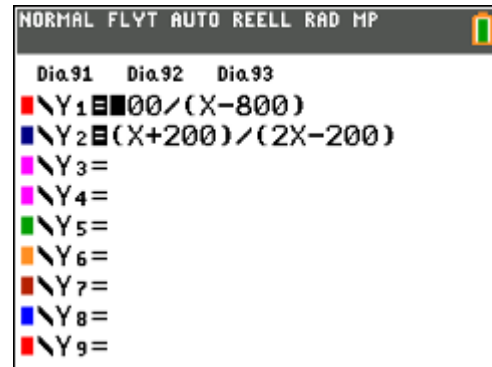
$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{x+200}{2x-200}$$

Detta leder till att vi får en *ekvation* som ser ut så här:

$$\frac{800}{x-800} = \frac{x+200}{2x-200}$$

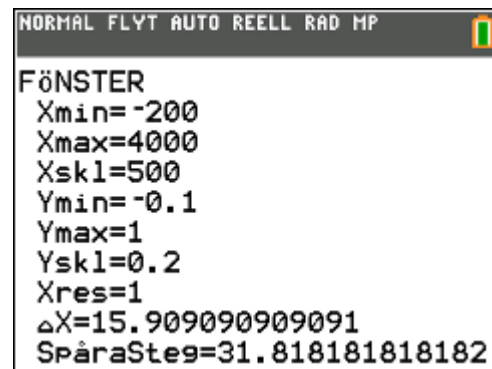
Ett sätt att lösa ekvationen är att mata in vänster och högerled som funktionsuttryck och se var graferna skär varandra (för vilket x de har samma värde).

Då ser det ut så här i funktionseditorn. Tryck alltså på $\boxed{y=}$ för att mata in uttrycken.



1. Plotta funktionerna och beräkna skärningen. Tryck på $\boxed{2nd}$ [calc] och använd verktyget skärning.

2. Ett bra fönster för plottningen har vi nedan



Om vi sätter vänster- och högerled på gemensam nämnare får vi

$$\frac{800 \cdot (2x-200)}{(x-800) \cdot (2x-200)} = \frac{(x+200) \cdot (x-800)}{(2x-200) \cdot (x-800)}$$

Vi förenklar täljaren i båda leden och får då $1600x - 160000 = x^2 - 800x + 200x - 160000$

Vi får efter ytterligare förenkling följande uttryck

$$x^2 - 2200x = 0$$

Detta är ju en enkel ekvation med lösningarna $x = 0$ och $x = 2200$.

Avståndet mellan färjelägena är alltså 2200 m.

3. Vad är förhållandet mellan färjornas hastigheter?

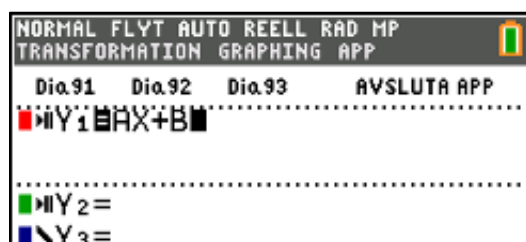
Vi ska nu använda appen **TRANSFRM** som är förinstallerad på räknaren. Man kan där använda bokstäverna A till D som parametrar i funktionerna och inställningen av värden görs under **SETUP**.

Tryck på tangenten **[apps]** och välj där i listan appen **Transfrm** (står för Transformation).



Appen *Transformation Graphing App* förbättrar arbetet i funktionsläget så att du kan undersöka vad som händer om du ändrar koefficientvärden hos funktioner utan att lämna graffönstret. Appen är endast tillgänglig i funktionsläget **[mode]**.

Tryck nu på tangenten **[Y=]**. Då ser inmatningsfönstret ut så här och du kan på platserna Y1 och Y2 mata in funktioner där du använder bokstäverna A, B, C och D.



Alla andra koefficienter fungerar som konstanter och använder värdet i minnet.

Titta på funktionseditorn (tryck på **[Y=]**) och diagrammet nedan. Vi har skrivit in två funktionsuttryck där x -värdet är tiden i sekunder och y -värdet är sträckan i m. Vi får alltså ett s - t -diagram för båda färjorna framfart. Se grafer till höger.



4. Vad står $7/4$ för i uttrycket för funktionen Y_2 ?

Vi har ställt in värdet på A till 6. Man kan ändra värdet på A med piltangenterna **[←]** och **[→]**.



5. Nedan har vi plottat funktionerna med värdet 6 på parametern A. Beräkna skärningspunktens koordinater. Vad står de för?

6. Ändra nu värdet på A uppåt och nedåt. Vad observerar du?

