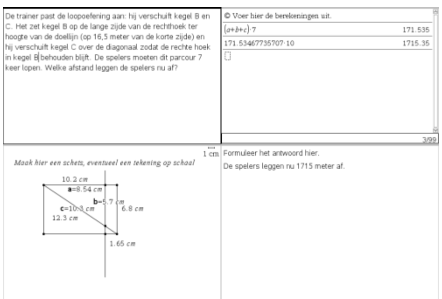
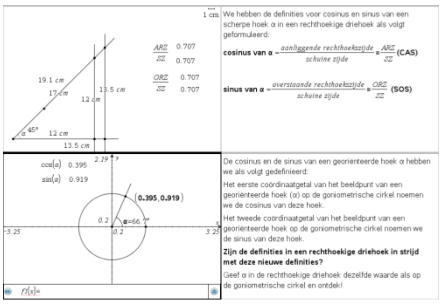
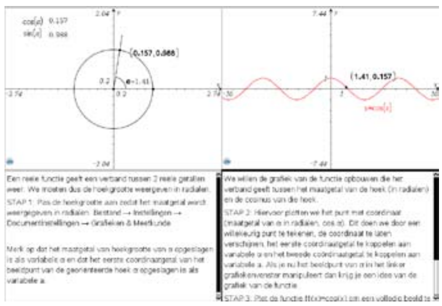
T³ VLAANDEREN

Cahiers T³ Europe
Vlaanderen nr. 25

De TI-Nspire in de 2e graad

Van driehoeksmeting naar goniometrie

Wendy Luyckx
Mark Verbelen

KATHOLIEKE UNIVERSITEIT LEUVEN

1 Inhoudsopgave

2 Een pedagogisch-didactische invalshoek

Met dit cahier willen we leerkrachten ondersteunen om de ICT-integratie in de wiskundelessen van de tweede graad te verhogen.
Uit verschillende doorlichtingsverslagen blijkt immers dat de kwaliteitsvolle integratie van ICT in de wiskunde doorgaans voor verbetering vatbaar is. Nochtans kan het inschakelen van ICT een belangrijk hulpmiddel zijn om onder andere leerstof te visualiseren, leereenheden vanuit een andere invalshoek aan te bieden, te differentiëren, leerlingen te motiveren en meer inzichtelijk te werken. Een goede en doordachte integratie van ICT zal ook tijdswinst opleveren.

De nieuwe TI-Nspire™ technologie is zowel voor de rekenmachine als software voor de computer beschikbaar. Hierdoor is het pakket bruikbaar in alle graden van het secundair onderwijs. Enerzijds kan het pakket gebruikt worden door de leraar als demonstratie en ondersteuning, anderzijds kunnen leerlingen zelf aan de slag om leerinhouden zelfstandig te verwerken.

Met concreet materiaal op leerlingenniveau, aansluitend bij de eindtermen wiskunde voor de tweede graad (met een uitloper naar de derde graad), willen we de voordelen en differentiatiemogelijkheden die het pakket biedt tonen. We leggen de nadruk dus niet op technisch moeilijke realisaties en uitwerkingen maar wel op mogelijkheden die een meerwaarde opleveren op het niveau van het leerproces van de leerlingen. Hopelijk krijgt u zin in meer!

3 Eindtermen driehoeksmeting en goniometrie

3.1 Van A-stroom naar ASO

1e graad A-stroom (ET Meetkunde)	2e graad ASO (ET Meetkunde)	3e graad ASO (basisvorming, ET Reële functies)
De leerlingen 26 kennen en gebruiken de meetkundige begrippen diagonaal, bissectrice, hoogtelijn, middelloodlijn, straal, middellijn, overstaande hoeken, nevenhoeken, aanliggende hoeken, middelpuntshoeken. 27 herkennen evenwijdige stand, loodrechte stand en symmetrie in vlakke figuren en ze herkennen gelijkvormigheid en congruentie tussen vlakke figuren. 31 kennen meetkundige eigenschappen zoals: de hoekensom in driehoeken en vierhoeken, eigenschappen van gelijkzijdige en gelijkbenige driehoeken, eigenschappen van zijden, hoeken en diagonalen in vierhoeken. 32 kiezen geschikte eenheden en instrumenten om afstanden en hoeken te meten of te construeren met de gewenste nauwkeurigheid. 33 gebruiken het begrip schaal om afstanden in meetkundige figuren te berekenen. 34 berekenen de omtrek en oppervlakte van driehoek, vierhoek en cirkel en de oppervlakte en het volume van kubus, balk en cilinder. 35 kunnen: loodlijnen, middelloodlijnen en bissectrices construeren.	De leerlingen 35 gebruiken de gelijkvormigheid van driehoeken en de stelling van Thales om de lengte van lijnstukken te berekenen. 36 gebruiken de stelling van Pythagoras bij berekeningen, constructies en in bewijzen. 37 gebruiken de begrippen straal, koorde, raaklijn, middelpuntshoek en omtrekshoek bij berekeningen, constructies en bewijzen. 38 definiëren de goniometrische getallen sinus, cosinus en tangens van een hoek als de verhoudingen van zijden van een rechthoekige driehoek. 39 kunnen problemen met zijden en hoeken van driehoeken uit de technische wereld oplossen door een efficiënte keuze te maken uit: de stelling van Thales de stelling van Pythagoras goniometrische getallen	De leerlingen kunnen 26 het verband leggen tussen graden en radialen. 27 de grafiek tekenen van de functie f(x)=sinx op basis van de goniometrische cirkel. 28 voor de functie f(x)=sinx, domein, bereik, periodiciteit, stijgen/dalen en extrema aflezen van de grafiek. 29 de grafieken opbouwen van de functies f(x)=a sin(bx+c) en daarop a, b en c interpreteren. 30 vergelijkingen van de vorm sinx=k grafisch oplossen.

37 beschrijven en classificeren de soorten driehoeken en de soorten vierhoeken aan de hand van eigenschappen. 40 begrijpen een gegeven eenvoudige redenering of argumentatie in verband met eigenschappen van meetkundige figuren.		

3.2 Van A-stroom naar TSO/KSO

1e graad A-stroom (ET Meetkunde)	2e graad TSO/KSO (ET Meetkunde)	3e graad TSO/KSO (ET Reële functies en algebra)
De leerlingen 26 kennen en gebruiken de meetkundige begrippen diagonaal, bissectrice, hoogtelijn, middelloodlijn, straal, middellijn, overstaande hoeken, nevenhoeken, aanliggende hoeken, middelpuntshoeken. 27 herkennen evenwijdige stand, loodrechte stand en symmetrie in vlakke figuren en ze herkennen gelijkvormigheid en congruentie tussen vlakke figuren. 31 kennen meetkundige eigenschappen zoals: de hoekensom in driehoeken en vierhoeken, eigenschappen van gelijkzijdige en gelijkbenige driehoeken, eigenschappen van zijden, hoeken en diagonalen in vierhoeken. 32 kiezen geschikte eenheden en instrumenten om afstanden en hoeken te meten of te construeren met de gewenste nauwkeurigheid. 33 gebruiken het begrip schaal om afstanden in meetkundige figuren te berekenen. 34 berekenen de omtrek en oppervlakte van driehoek, vierhoek en cirkel en de oppervlakte en het volume van kubus, balk en cilinder. 35 kunnen:	26 maken bij het berekenen van hoeken en afstanden in vlakke en in beperkte ruimtelijke situaties gebruik van schetsen en tekeningen, van meetkundige begrippen en elementaire eigenschappen, in het bijzonder van: evenwijdigheid gelijke verhoudingen loodrechte stand eigenschappen van hoeken eigenschappen van driehoeken en cirkels de stelling van Pythagoras goniometrische verhoudingen in een rechthoekige driehoek 27 maken gebruik van coördinaten bij het berekenen van afstanden in vlakke situaties.	10 bijzonderheden van grafieken, eventueel aangevuld met tabellen, aflezen zoals periodiciteit, symmetrieën, stijgen en dalen, extreme waarden, lineaire en exponentiële groei. 11 grafieken tekenen van enkele eenvoudige functies (mede met behulp van ict).

loodlijnen, middelloodlijnen en bissectrices construeren. 37 beschrijven en classificeren de soorten driehoeken en de soorten vierhoeken aan de hand van eigenschappen. 40 begrijpen een gegeven eenvoudige redenering of argumentatie in verband met eigenschappen van meetkundige figuren.		

4 Het inschakelen van ICT

4.1 De algemene eindtermen wiskunde

Bij de algemene eindtermen wiskunde vinden we doelstellingen terug die expliciet verwijzen naar het gebruik van ICT in wiskunde.

Het inschakelen van ICT in wiskunde kan ook een meerwaarde betekenen voor het realiseren van de andere algemene vaardigheden en attituden wiskunde.

Volgende tabel[1] geeft een overzicht van de algemene vaardigheden en attitudinale eindtermen wiskunde.

Eindterm (De leerlingen…)	1e gr	2e gr		3e gr	
		ASO	TSO KSO	ASO	TSO KSO
1. begrijpen en gebruiken wiskundige taal in eenvoudige situaties.	x				
2. begrijpen en gebruiken wiskundetaal.		x	x		
3. wiskundetaal begrijpen en gebruiken.				x	
4. passen communicatieve vaardigheden toe in eenvoudige wiskundige situaties.	x				
5. passen probleemoplossende vaardigheden toe, zoals: het herformuleren van een opgave; het maken van een goede schets of een aangepast schema; het invoeren van notaties, het kiezen van onbekenden; het analyseren van eenvoudige voorbeelden.	x				
6. wiskundige informatie analyseren, schematiseren en structureren.				x	x
7. passen probleemoplossende vaardigheden toe.		x	x		
8. verantwoorden de gemaakte keuzes voor representatie- en oplossingstechnieken.		x			
9. reflecteren op de gemaakte keuzes voor representatie- en oplossingstechnieken.			x		
10. controleren de resultaten op hun betrouwbaarheid.		x	x		
11. gebruiken informatie- en communicatietechnologie om wiskundige informatie te verwerken, berekeningen uit te voeren of wiskundige problemen te onderzoeken.		x	x		

[1] De nummering komt niet overeen met de nummering van de eindtermen omdat er uit verschillende graden eindtermen werden opgenomen. De eindtermen voorafgegaan door (*) zijn attitudinale doelen.

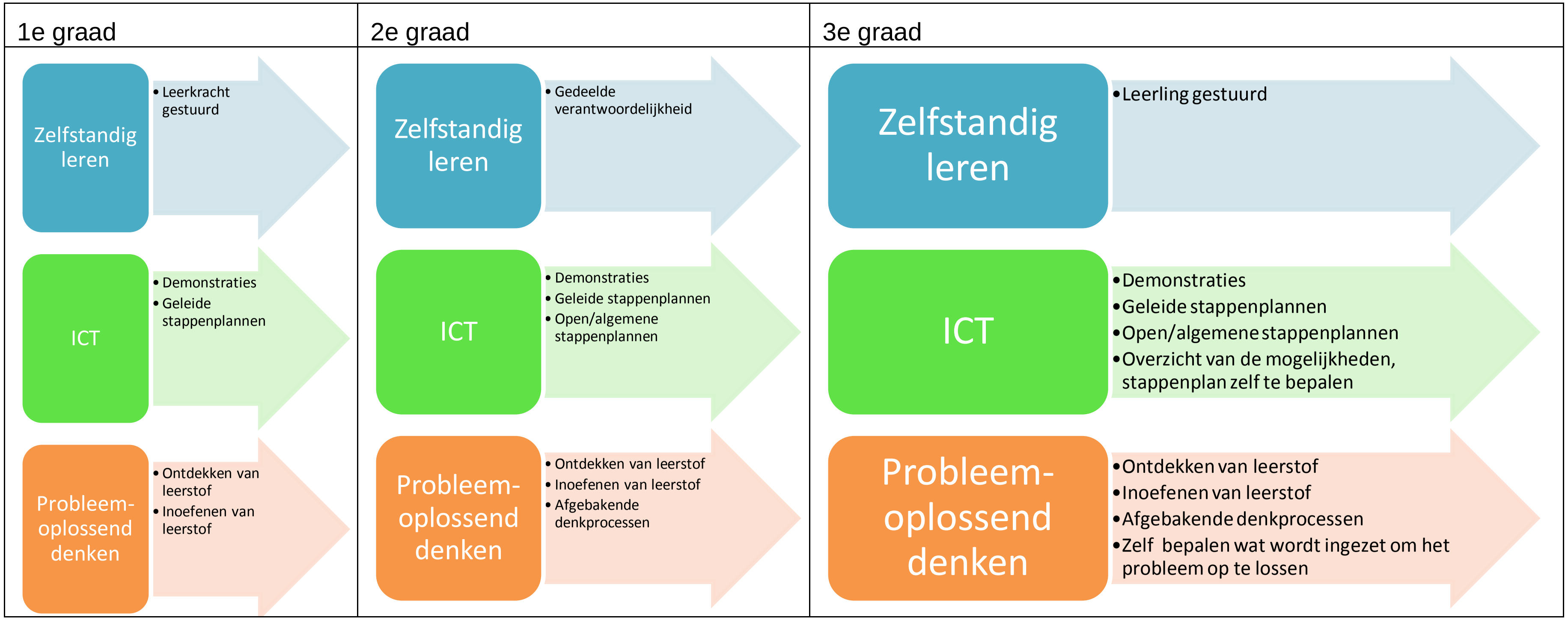
Eindterm (De leerlingen…)	1e gr	2e gr		3e gr	
		ASO	TSO KSO	ASO	TSO KSO
12. gebruiken kennis, inzicht en vaardigheden die ze verwerven in wiskunde bij het verkennen, vertolken en verklaren van problemen uit de realiteit.		x			
13. kunnen voorbeelden geven van reële problemen die m.bv. wiskunde kunnen worden opgelost.		x			
14. kunnen voorbeelden geven van de rol van de wiskunde in de kunst.		x			
15. eenvoudig mathematiseerbare problemen ontleden (onderscheid maken tussen gegevens en gevraagde, de relevantie van de gegevens nagaan en verbanden leggen ertussen) en vertalen naar een passende wiskundige context.				x	
16. wiskundige problemen planmatig aanpakken (door eventueel hiërarchisch op te splitsen in deelproblemen).				x	
17. bij het oplossen van wiskundige problemen kritisch reflecteren over het oplossingsproces en het eindresultaat.				x	
18. voorbeelden geven van reële problemen die met behulp van wiskunde kunnen worden opgelost.				x	
19. bij het oplossen van wiskundige problemen functioneel gebruik maken van ICT.				x	
20. voorbeelden geven van de rol van de wiskunde in de kunst.				x	
21. kennis, inzicht en vaardigheden die ze verwerven in wiskunde bij het verkennen, vertolken en verklaren van problemen uit de realiteit gebruiken.				x	
22. kunnen informatie inwinnen over het aandeel van wiskunde in een vervolgopleiding van hun voorkeur en in hun voorbereiding erop.				x	
23. gebruik maken van wiskundige technieken zoals figuren maken en tabellen opstellen.					x
24. bij het oplossen van problemen functioneel gebruik maken van ICT.					x
25. bij het oplossen van een vraagstuk: relevante gegevens scheiden van niet relevante; gegevens met elkaar en met de probleemstelling in verband brengen; gegevens en gevraagde weergeven in een geschikt wiskundig model; het vraagstuk planmatig uitwerken					x
26. wiskundige rekenregels en conventies correct hanteren en toepassen.					x
27. keuzes m.b.t. representatie en gevolgde werkwijze verantwoorden.					x

Eindterm (De leerlingen…)	1e gr	2e gr		3e gr	
		ASO	TSO KSO	ASO	TSO KSO
28. voorbeelden geven van het gebruik van wiskunde in andere vakgebieden en in de maatschappij.					x
29. (*) ontwikkelen bij het aanpakken van problemen zelfstandigheid en doorzettingsvermogen.	x				
30. (*) ontwikkelen zelfregulatie: oriëntatie, planning, bewaking, zelftoetsing en reflectie.	x				
31. (*) ontwikkelen zelfregulatie: het oriënteren op de probleemstelling, het plannen, het uitvoeren en het bewaken van het oplossingsproces.		x	x		
32. (*) ontwikkelen een kritische houding tegenover het gebruik van allerlei cijfermateriaal, tabellen, berekeningen en grafische voorstellingen.	x				
33. (*) leren beseffen dat in de wiskunde niet enkel het eindresultaat belangrijk is maar ook de manier waarmee het antwoord bekomen wordt.	x				
34. (*) ervaren het belang en de noodzaak van bewijsvoering, eigen aan de wiskunde.		x			
35. (*) ervaren dat gegevens uit een probleemstelling toegankelijker worden door ze doelmatig weer te geven in een geschikte wiskundige representatie of model.		x	x		
36. (*) ontwikkelen zelfvertrouwen door succeservaring bij het oplossen van wiskundige problemen.		x	x		
37. (*) ontwikkelen bij het aanpakken van problemen zelfstandigheid en doorzettingsvermogen.		x	x		
38. (*) werken samen met anderen om de eigen mogelijkheden te vergroten.		x			
39. (*) zijn gericht op samen werken om de eigen mogelijkheden te vergroten.			x		
40. (*) brengen waardering op voor wiskunde (mogelijkheden en beperkingen) door confrontatie met culturele, historische en wetenschappelijke aspecten van het vak.			x		
41. (*) leggen een zin voor nauwkeurigheid aan de dag bij het hanteren en het toepassen van wiskunde.				x	
42. (*) ontwikkelen zelfregulatie met betrekking tot het verwerven en verwerken van wiskundige informatie en het oplossen van problemen.				x	
43. (*) zijn gericht op samenwerking om de eigen mogelijkheden te vergroten.				x	
44. (*) zijn kritisch tegenover het gevonden resultaat.					x

Eindterm (De leerlingen…)	1e gr	2e gr		3e gr	
		ASO	TSO KSO	ASO	TSO KSO
45. (*) zijn bereid hun leerproces bij te sturen op basis van reflectie over de wijze waarop ze wiskundige problemen oplossen en wiskundige informatie verwerven en verwerken.					x

4.2 Een leerlijn ICT

Door over de graden heen de aanpak op elkaar af te stemmen krijgen ook leerlijnen ‘ICT’, ‘probleemoplossend denken’ en ‘zelfstandig werken’ vorm.



5 Werkvormen

5.1 Afwisseling is belangrijk

5.1.1 Verschillen tussen leerlingen

Een belangrijke reden om tot een afwisseling van didactische werkvormen en van media te komen, is dat **leerlingen van elkaar verschillen**. Zo zal de ene leerling het best informatie opnemen en verwerken met een discussievorm, de andere via zelfwerkzaamheid, nog een andere vraagt een sterke sturing van de leerkracht. Men gebruikt in dit verband twee begrippen:

5.1.1.1 Leerstijl

De leerstijl, ook wel denkstijl genoemd, heeft betrekking op een voor een bepaalde leerling min of meer karakteristieke wijze van

- informatie verwerven
- informatie verwerken
- toepassen van informatie.

Men spreekt in dit geval ook van het aanpakgedrag van een leerling.

Met andere woorden: het gaat om een wijze van leren, denken, verwerven van vaardigheden, problemen oplossen e.d. waaraan de leerling de voorkeur geeft.

Daarin valt vaak een vast patroon te ontdekken, als het ware een eigen strategie van de leerling, die hij zoveel mogelijk zal willen toepassen.

5.1.1.2 Leertype

Dit is een aspect van de leerstijl en betreft de voorkeur voor een bepaald zintuig die iemand heeft bij het verwerven van informatie.

Men onderscheidt:

- auditieve type: horen, luisteren
- haptisch/motorische type: voelen, doen, ervaren
- leestype: lezen van geschreven tekst
- visuele type: bekijken van schetsen, tekeningen, foto's
- gesprekstype: verbale interactie
- schrijftype: maken van aantekeningen.

Veel leraren hebben nogal de neiging om bijna uitsluitend met tekstueel materiaal te werken en richten zich bijgevolg vooral op het auditieve en leestype. Dit is echter slechts voor leerlingen met één bepaald leertype geschikt. De boodschap is dus om vaak afwisseling te brengen in de gebruikte media.

5.1.2 Leerstijlen volgens Kolb

5.1.2.1 De theorie

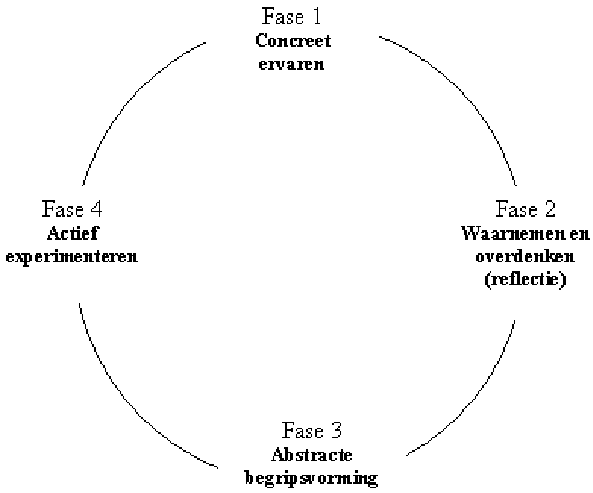
Een van de meest aanvaarde theorieën in het Vlaamse onderwijs is die van Kolb. De psycholoog Kolb deed onderzoek naar verschillende manieren van leren. Hij onderscheidde vier van elkaar afhankelijke fasen en beschreef ze in termen van vaardigheden.

- Concreet ervaren ('feeling')
- Waarnemen en overdenken ('watching')

- Abstracte begripsvorming ('thinking')
- Actief experimenteren ('doing')

Deze vier fasen volgen logisch op elkaar: als je iets meemaakt (ervaring) is het belangrijk daarna je ervaringen te overdenken (reflectie) en te veralgemeniseren (begripsvorming). Je kan dan een aanpak bedenken waarmee je een overeenkomstige gebeurtenis tegemoet kan treden (experimenteren).

Als je die nieuwe aanpak, dat geleerde gedrag, daadwerkelijk gebruikt doe je weer nieuwe ervaringen op (concrete ervaring) waarover je weer kan nadenken (reflectie), zodat je nieuwe inzichten krijgt (begripsvorming). Op grond van het model is het mogelijk allerlei verschillende leerervaringen te ordenen. Kolb beschreef een ideaal leermodel waarin de vier fasen zich voortdurend herhalen. Dit leermodel kan worden voorgesteld als cyclisch of spiraalvormig proces.



Het is niet nodig altijd met een concrete ervaring (bovenaan de cirkel) te beginnen. Wel kun je stellen dat je na je geboorte begint met ervaren en dat ervaren mede daarom het natuurlijke begin van het leren is. Maar ook later geldt dit: als je bijvoorbeeld voor het eerst een dvd-speler moet bedienen, kun je op diverse manieren uitzoeken hoe het ding werkt. Je kunt allerlei knoppen indrukken (experimenteren) en kijken wat er gebeurt (ervaring en waarschijnlijk ook reflectie). Je kunt ook nadenken over wat je weet over soortgelijke apparaten, bijvoorbeeld over videorecorders, want die lijken qua bediening op elkaar (reflectie). Zo krijg je een idee over de bediening (begripsvorming) en dat idee toets je in de praktijk (experimenteren).

Een andere mogelijkheid is dat je iemand vraagt om voor te doen hoe het apparaat bediend moet worden (ervaring), zodat je zelf een beeld over de bediening kan vormen (reflectie, begripsvorming) dat je vervolgens in de praktijk uitprobeert (experimenteren).

Het is natuurlijk mogelijk de leerfasen in een andere volgorde te doorlopen of een fase over te slaan. Wanneer fasen worden overgeslagen of te snel worden doorlopen daalt het leerrendement: ervaring wint aan waarde als je erover nadenkt, inzichten worden pas echt bruikbaar als je ze uitprobeert (experimenteren) en toetst (ervaring, reflectie).

5.1.2.2 Vier leerstijlen

In het voorgaande werd gesteld dat men zich het leerproces kan voorstellen als een cyclisch proces van vier fasen die idealiter altijd in dezelfde volgorde (maar niet altijd vanuit hetzelfde beginpunt) worden doorlopen. Mensen hebben echter voorkeuren voor bepaalde fasen uit die cyclus, ze beginnen bij voorkeur in één bepaalde fase of besteden er de meeste tijd aan.

Leerstijl volgens Kolb	De leerder	De leerder verkiest
De dromer of observeerder	leert het best vanuit concrete ervaringen, kan leerstof vanuit verschillende invalshoeken bekijken en legt verbanden	een leraar die graag demonstraties en uitleg geeft; deze leraar wil dat zijn leerlingen leren door observeren en waarnemen
De denker of theoreticus	zoekt de logische samenhang tussen leerstofonderdelen, houdt van theoretische modellen, denkt in heldere, abstracte termen	een leraar die zijn leerlingen complexe vraagstellingen voorschotelt om ze zo via logisch denken tot theorie te brengen
De toepasser of beslisser	wil problemen oplossen, denkt doelgericht en planmatig en houdt ervan begrippen en theorieën toe te passen	een leraar die een korte, gestructureerde uitleg geeft, waarna de leerlingen aan de slag gaan, vaak via stappenplannen; deze leraar stimuleert zijn leerlingen om toepassingsmogelijkheden te zoeken
De doener of ondernemer	leert door te doen, kan zich goed aan nieuwe situaties aanpassen en wil tastbare resultaten bereiken; hij experimenteert graag met taal en techniek	een leraar die het liefst open opdrachten geeft waardoor; deze leraar legt veel variatie in zijn werkvormen

5.1.2.3 Belangrijke vaststellingen

- Qua leerstijlen is er geen echt verschil tussen meisjes en jongens. In elke klas zitten 'observeerders, 'denkers', 'toepassers' en 'doeners'.
- Er is geen verband tussen de onderwijsvorm en de leerstijl.
- Een docerende onderwijsstijl vinden leerlingen, ongeacht de onderwijsvorm, het minst aangenaam.
- Leraren hebben vaak de neiging om hun lesaanpak af te stemmen op hun eigen leerstijl.

5.2 Didactische werkvormen / activerende werkvormen

5.2.1 Wat zijn didactische werkvormen?

Didactische werkvormen zijn wegen die leerkracht en leerling samen bewandelen om:

- doelstellingen te realiseren
- het overdragen, respectievelijk zich eigen maken, van bepaalde inhouden
- het aanleren van bepaalde vaardigheden.

Een didactische werkvorm kent zowel een activiteit van de leerkracht als van de leerling.

Leerkrachtactiviteiten zijn concreet waarneembare gedragingen zoals opdrachten geven, vertellen, demonstreren, vragen stellen...

Leerlingenactiviteiten zijn concreet waarneembare gedragingen zoals antwoorden, opzoeken, luisteren, tekenen...

Didactische werkvormen	Concreet
Mededelend-aanbiedende	Doceren Demonstreren Vertellen
Vragende	Onderwijsleergesprek Leergesprek
Uitnodigende	Coöperatief leren Zelfstandigheidsbevorderende werkvormen Discussievormen

5.2.2 Wat verstaan we onder activerende werkvormen?

Iedere werkvorm die het denken of handelen van leerlingen activeert is een activerende werkvorm. Dit houdt dus in dat bovenstaande werkvormen activerend kunnen zijn, afhankelijk van de manier waarop zij door de leerkracht worden ingezet en de leerstijl en -type van de leerling.
Bepaalde werkvormen bieden meer mogelijkheden om activerende elementen toe te voegen.

5.3 Zelfstandigheidsbevorderende werkvormen: studiewijzers

Een studiewijzer is een instrument dat de leerlingen in staat stelt (eigen) doelen te bereiken in actieve samenwerking met de leerkrachten en de medeleerlingen. Deze methode van werken bevordert bovendien het zelfstandig werken en zelfstandig leren. Bovendien zorgt een goede studiewijzer er ook voor dat de leerlingen actief aan leerinhouden werken.

De studiewijzer als sturingsinstrument:

- de studiewijzer bevat niet enkel de opdracht, maar ook een in mindere of meerdere mate uitgewerkte planning om de opdracht af te werken;
- de sturing kan zeer strak of gesloten zijn - in dat geval beschrijft de studiewijzer stap voor stap wat de leerlingen moeten doen om de opdracht af te werken - of net meer open en aan de leerlingen keuzes laten om tot een uitgewerkte opdracht te komen;
- de studiewijzer omvat ook alle groeperingvormen: of leerlingen in groep werken of net individueel, en de contactmomenten met de leerkracht of de klassikale momenten;
- tenslotte bevat een studiewijzer ook de manier waarop de proces- en de product-evaluatie zal verlopen.

Een studiewijzer biedt ook ondersteuning op het vlak van ‘leren leren’: tenminste de verschillende stappen van OVUR zijn er in terug te vinden (oriënteren op de opdracht, voorbereiden van de opdracht, uitvoeren van de opdracht en reflectie).

Studiewijzers kunnen bovendien ook in een leerlijn van zelfstandigheidsbevordering worden geplaatst: hoe meer keuzes en beslissingen aan de leerlingen worden overgelaten, hoe meer er een beroep wordt gedaan op het initiatief van de leerling en hoe meer hij wordt gestimuleerd om zelfstandig te werken en te leren. Een gesloten studiewijzer sluit nauw aan bij zelfstandig werken, een open studiewijzer bij zelfstandig leren en zelfgestuurd leren.

5.4 TI-Nspire™

De nieuwe TI-Nspire™ is geschikt voor verschillende manieren van individueel leren. Leerlingen kunnen wiskundige relaties en verbanden daardoor veel sneller en gemakkelijker waarnemen.
Lesmateriaal kan worden gepresenteerd naar de voorkeur van de individuele leerling. Formules, tabellen en visuele presentaties kunnen individueel of tegelijk met de hele klas worden bekeken en onderzocht, en kunnen tevens dynamisch aan elkaar worden verbonden.

6 Inhoudelijke uitwerking: van driehoeksmeting naar goniometrie

6.1 Rechthoekige driehoeken

6.1.1 Aanknopingspunt: De stelling van Pythagoras

6.1.1.1 Opzet

Zowel sterke als zwakke leerlingen hebben er baat bij als de samenhang van de verschillende inhoudelijke items benadrukt wordt.

Enkele belangrijke vragen bij de start van deze lessenreeks kunnen leerlingen helpen om de structuur en samenhang te begrijpen:

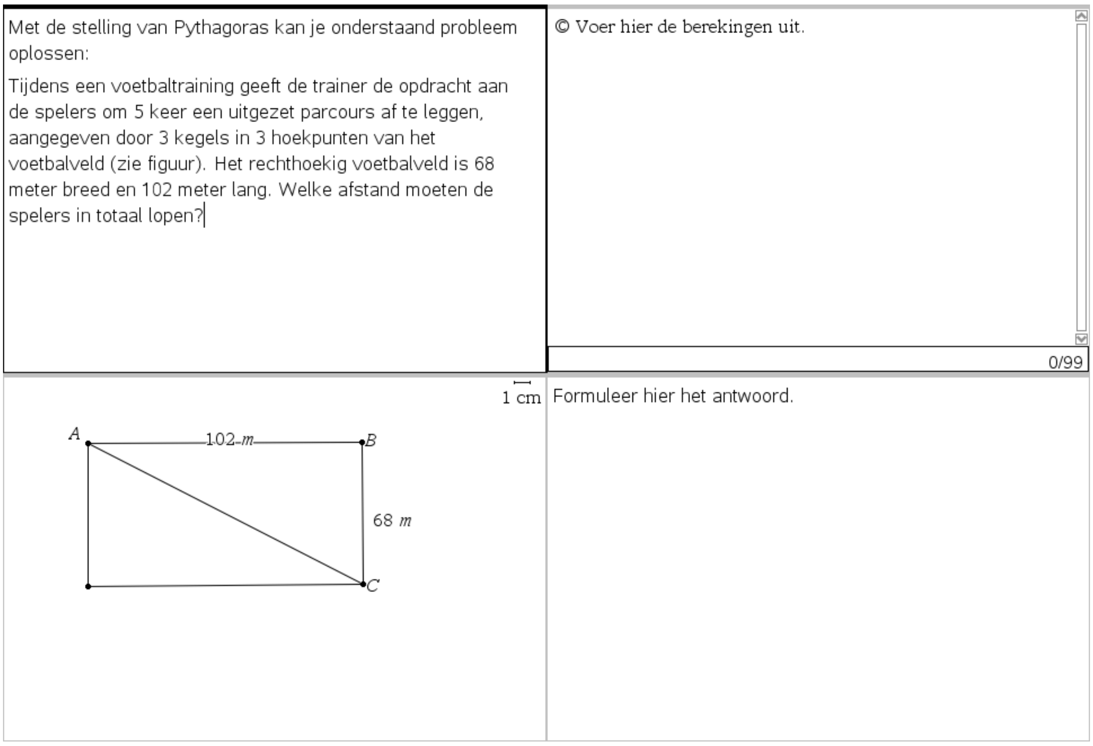
- ‘Welke problemen kunnen we reeds oplossen?’
- ‘Hoe lossen we deze problemen op?’

Om de motivatie te verhogen is het bij een aanknoping/herhalingsmoment ook belangrijk om optimaal aan te sluiten bij de mogelijkheden van de leerlingen en iedere leerling uit te dagen op zijn of haar niveau.

We voorzien een basisopgave en een verdiepingsopdracht. De leerkracht beslist wie welk deel oplost. Een mogelijke differentiatie kan zijn dat de leerlingengroep wordt onderverdeeld in 3 groepen: een leerlingengroep die de basisopgave maakt; een leerlingengroep die de basisopgave maakt en daarna start met de verdiepingsopdracht (eventueel met de schets bijgevoegd) en een leerlingengroep die de oplossing van de basisopdracht krijgt en dadelijk start met de verdiepingsopdracht. Bovendien kan de leerkracht nog extra ‘hulpmiddelen’ aanreiken: de schets bijvoegen, formules bijvoegen, hulp van een medeleerling, …

6.1.1.2 Opgave voor de leerlingen

Basisopgave (bestand Pythagoras.tns)



Verdiepingsopdracht (bestand Pythagoras.tns)

De trainer past de loopoefening aan: hij verschuift kegel B en C. Het zet kegel B op de lange zijde van de rechthoek ter hoogte van de doellijn (op 16,5 meter van de korte zijde) en hij verschuift kegel C over de diagonaal zodat de rechte hoek in kegel B behouden blijft. De spelers moeten dit parcour 7 keer lopen. Welke afstand leggen de spelers nu af?

© Voer hier de berekeningen uit.

0/99

1 cm

Maak hier een schets, eventueel een tekening op schaal

Formuleer het antwoord hier.

6.1.1.3 Oplossingen

Basisopgave (bestand Pythagoras oplossing.tns)

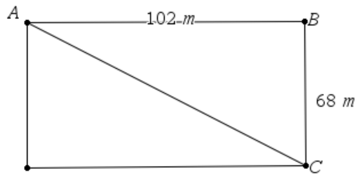
Met de stelling van Pythagoras kan je onderstaand probleem oplossen:

Tijdens een voetbaltraining geeft de trainer de opdracht aan de spelers om 5 keer een uitgezet parcours af te leggen, aangegeven door 3 kegels in 3 hoekpunten van het voetbalveld (zie figuur). Het rechthoekig voetbalveld is 68 meter breed en 102 meter lang. Welke afstand moeten de spelers in totaal lopen?

$\sqrt{102^2+68^2}$	$34\cdot\sqrt{13}$
$(34\cdot\sqrt{13})$▸Decimal	122.589
$(122.58874336578+102+68)\cdot 5$	1462.94

3/99

1 cm



Antwoord:

De spelers lopen in totaal 1462,94 meter.

Verdiepingsopdracht (bestand Pythagoras oplossing.tns)

Mogelijkheid 1

De trainer past de loopoefening aan: hij verschuift kegel B en C. Het zet kegel B op de lange zijde van de rechthoek ter hoogte van de doellijn (op 16,5 meter van de korte zijde) en hij verschuift kegel C over de diagonaal zodat de rechte hoek in kegel B behouden blijft. De spelers moeten dit parcour 7 keer lopen. Welke afstand leggen de spelers nu af?

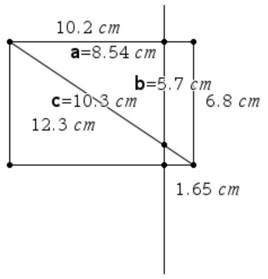
© Voer hier de berekeningen uit.

$(a+b+c)\cdot 7$	171.535
$171.53467735707\cdot 10$	1715.35

3/99

1 cm

Maak hier een schets, eventueel een tekening op schaal



Formuleer het antwoord hier.

De spelers leggen nu 1715 meter af.

Mogelijkheid 2

De trainer past de loopoefening aan: hij verschuift kegel B en C. Het zet kegel B op de lange zijde van de rechthoek ter hoogte van de doellijn (op 16,5 meter van de korte zijde) en hij verschuift kegel C over de diagonaal zodat de rechte hoek in kegel B behouden blijft. De spelers moeten dit parcour 7 keer lopen. Welke afstand leggen de spelers nu af?

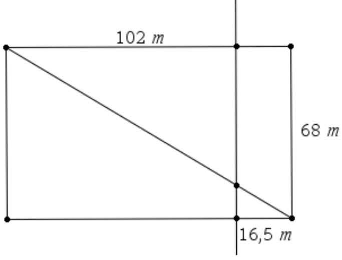
© Voer hier de berekeningen uit.

$\text{solve}\left(\frac{x}{68}=\frac{102-16.5}{102},x\right)$	$x=57.$
$\sqrt{(102-16.5)^2+(57.000000000001)^2}$	102.758
$102-16.5+57.000000000001+102.75821135072$	245.258
$245.25821135072\cdot 7$	1716.81

5/99

1 cm

Maak hier een schets, eventueel een tekening op schaal



Formuleer het antwoord hier.

De spelers leggen nu 1717 meter af.

6.1.2 Probleemstelling: Red de mijnwerkers!
(bestand Pythagoras oplossing.tns)

6.1.2.1 Opzet

Om de leerlingen te motiveren, om leerlingen te helpen bij het ontdekken en begrijpen van verbanden tussen verschillende leerstofitems en om duurzaam leren na te streven is het belangrijk om met een realistische context te starten. De nood voor nieuwe leerstof kan op die manier bijdragen tot het verankeren van het geleerde in het geheel van een logische opeenvolging van inhouden.

6.1.2.2 Actualiteit

Uit het nieuws gegrepen:

123 Chinese mijnwerkers door overstroming ingesloten

Uitgegeven: 28 maart 2010 15:43
Laatst gewijzigd: 28 maart 2010 15:43

PEKING - In China zijn 123 mijnwerkers zondag als gevolg van een overstroming in een kolenmijn ingesloten geraakt.

© ANP

Op het moment van het ongeluk in de provincie Shanxi werkten er volgens de autoriteiten 261 arbeiders in de mijn. 138 wisten tijdig te ontkomen, maar de rest zit vast volgens meldingen van het persbureau Xinhua.

Chinese mijnen zijn over het algemeen onveilig en vaak het toneel van ongelukken.

6.1.2.3 Het probleem geconcretiseerd **(bestand Red de mijnwerkers.tns)**

Een groep mijnwerkers zit door de instorting van de lifttunnel vast. De reddingsploeg besluit om dwars door de berg, loodrecht op de lifttunnel een nieuwe weg te graven om de mensen te bevrijden.

De oorspronkelijke lengte van de ingestorte tunnel is gekend: 35 meter. Via een hoogtemeter kan het punt op de berg bepaald worden waar de graafwerken moeten starten. Via een theodoliet kan de hellingshoek bepaald worden in het startpunt van de graafwerken. De grootte van deze hoek is 22,5°.

Er zijn 2 factoren die de reddingswerkers niet uit het oog mogen verliezen. Enerzijds moeten de mijnwerkers zo snel mogelijk worden bevrijd, wat uiteraard vereist dat grote graafmachines worden ingezet. Anderzijds mag de veiligheid van de mijnwerkers niet in het gedrang komen door de graafmachines waardoor de laatste meters met de hand moeten worden uitgegraven.

Voor de reddingsploeg is het dus zeer belangrijk om zo precies mogelijk de lengte van de te graven tunnel te berekenen. Kunnen wij hen een handje helpen?

Oplossing door meting op schaal **(bestand Red de mijnwerkers oplossing.tns)**

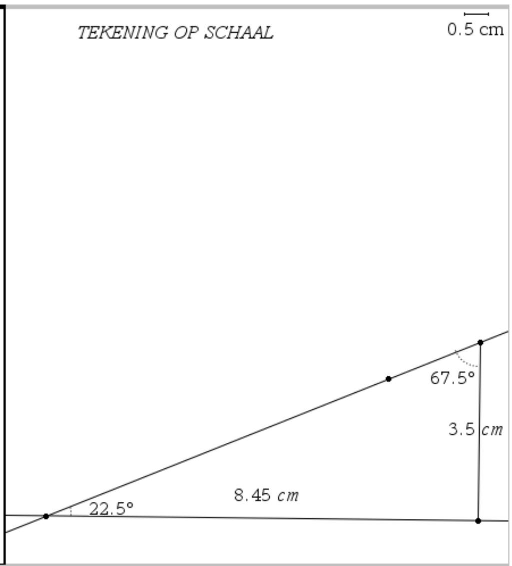
RED DE MIJNWERKERS!

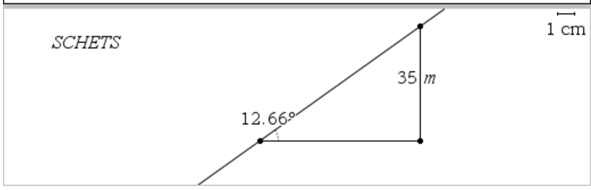
Een groep mijnwerkers zit door de instorting van de lifttunnel vast. De reddingsploeg besluit om dwars door de berg, loodrecht op de lifttunnel een nieuwe weg te graven om de mensen te bevrijden.

De oorspronkelijke lengte van de ingestorte tunnel is gekend: 35 meter. Via een hoogtemeter kan het punt op de berg bepaald worden waar de graafwerken moeten starten. Via een theodoliet kan de hellingshoek bepaald worden in het startpunt van de graafwerken. Deze hoek is 22,5°.

Er zijn 2 factoren die de reddingswerkers niet uit het oog mogen verliezen. Enerzijds moeten de mijnwerkers zo snel mogelijk worden bevrijd wat uiteraard vereist dat grote graafmachines worden ingezet. Anderzijds mag de veiligheid van de mijnwerkers niet in het gedrang komen door de graafmachines waardoor de laatste meters met de hand moeten worden uitgegraven.

Voor de reddingsploeg is het dus zeer belangrijk om zo precies mogelijk de lengte van de te graven tunnel te berekenen. Kunnen wij hen een handje helpen?





Antwoord:

De tunnel is 84,5 meter lang.

6.1.3 Definities in een rechthoekige driehoek

De leerlingen kunnen samen met de leerkracht of aan de hand van een filmpje en een stappenplan zelf een bestand maken waarin kan ontdekt worden dat de verhouding van onder andere de overstaande rechthoekszijde van een scherpe hoek α en de schuine zijde van een rechthoekige driehoek ongewijzigd blijft als de rechthoekige driehoek vergroot of verkleint.

6.1.3.1 Opgave voor de leerlingen
(bestanden def sincostan opgave.tns en def sincostan.swf)

Hieronder vind je naast een meetkundevenster ook een stappenplan.

Voer deze stappen nauwkeurig uit aan de hand van het bijgevoegde filmpje. Je kan tussentijds pauzeren zodat je stap voor stap kunt uitvoeren.

1 cm

Stap 1: Teken een scherpe hoek α in nevenstaand meetkundevenster.

Stap 2: Teken een loodlijn op één van de benen van de hoek α.

Stap 3: Bepaal het snijpunt van de loodlijn en het andere been van de hoek.

Stap 4: Herhaal stap 2 en stap 3 zodat je een andere rechthoekige driehoek krijgt waarvan hoek α een scherpe hoek is.

Stap 5: Meet de drie zijden van beide rechthoekige driehoeken.

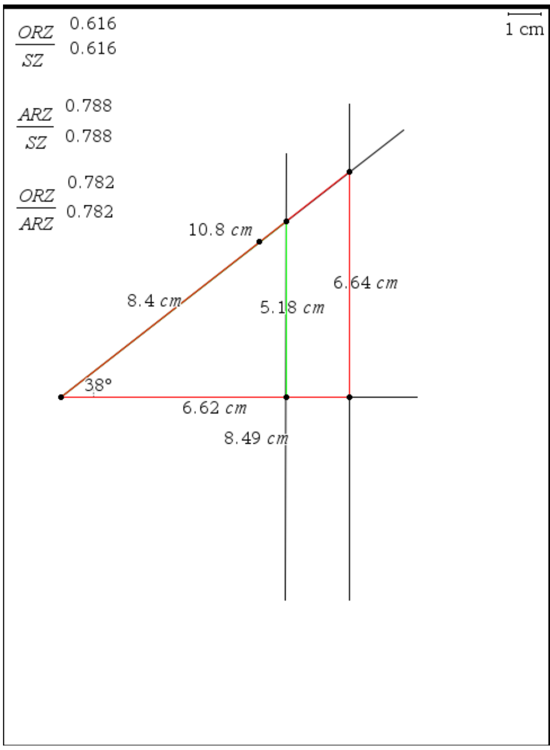
Stap 6: Bereken voor beide driehoeken de verhouding van de lengten van de overstaande rechthoekszijde van hoek α en de schuine zijde.

Stap 7: Bereken voor beide driehoeken de verhouding van de lengten van de aanliggende rechthoekszijde van hoek α en de schuine zijde.

Stap 8: Bereken voor beide driehoeken de verhouding van de lengten van de overstaande rechthoekszijde van hoek α en de aanliggende rechthoekszijde van hoek α.

Stap 9: Vergroot of verklein hoek α en bekijk de verhouding opnieuw. Wat merk je?

6.1.3.2 Oplossing **(bestand def sincostan.tns)**



Stap 1: Teken een scherpe hoek α.

Stap 2: Teken een loodlijn op één van de benen van de hoek α.

Stap 3: Bepaal het snijpunt van de loodlijn en het andere been van de hoek.

Stap 4: Herhaal stap 2 en stap 3 zodat je een andere rechhoekige driehoek krijgt waarvan hoek α een scherpe hoek is.

Stap 5: Meet de drie zijden van beide rechthoekige driehoeken.

Stap 6: Bereken voor beide driehoeken de verhouding van de lengten van de overstaande rechthoekszijde van hoek α en de schuine zijde.

Stap 7: Bereken voor beide driehoeken de verhouding van de lengten van de aanliggende rechthoekszijde van hoek α en de schuine zijde.

Stap 8: Bereken voor beide driehoeken de verhouding van de lengten van de overstaande rechthoekszijde van hoek α en de aanliggende rechthoekszijde van hoek α.

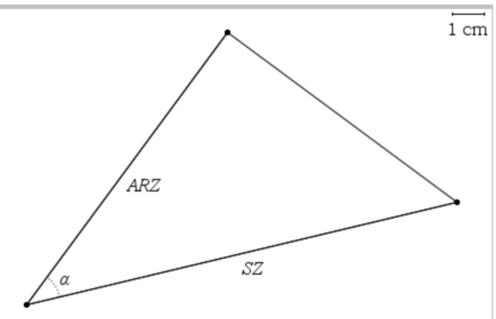
Stap 9: Vergroot of verklein hoek α en bekijk de verhouding opnieuw. Wat merk je?

Er wordt een overzicht gegeven van de definities van sinus, cosinus en tangens in een rechthoekige driehoek.

DEFINTIE

Omdat de verhouding van de aanliggende rechthoekszijde van een scherpe hoek α en de schuine zijde van een rechthoekige driehoek onafhankelijk is van de grootte van de rechthoekige driehoek maar enkel afhankelijk is van de grootte van hoek α definiëren we dit getal dat kenmerkend is voor hoek α als volgt:

cosinus van α $= \dfrac{\text{aanliggende rechthoekszijde}}{\text{schuine zijde}} = \dfrac{ARZ}{SZ}$ **(CAS)**

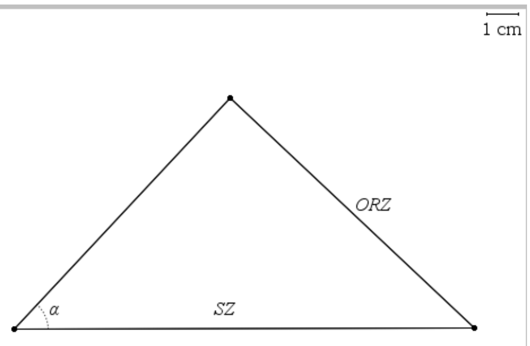


$\cos 40.1° = \dfrac{ARZ}{SZ} = \dfrac{9.9\ cm}{12.9\ cm} = 0.765$

DEFINTIE

Omdat de verhouding van de overstaande rechthoekszijde van een scherpe hoek α en de schuine zijde van een rechthoekige driehoek onafhankelijk is van de grootte van de rechthoekige driehoek maar enkel afhankelijk is van de grootte van hoek α definiëren we dit getal dat kenmerkend is voor hoek α als volgt:

sinus van α $= \dfrac{\textit{overstaande rechthoekszijde}}{\textit{schuine zijde}} = \dfrac{ORZ}{SZ}$ **(SOS)**

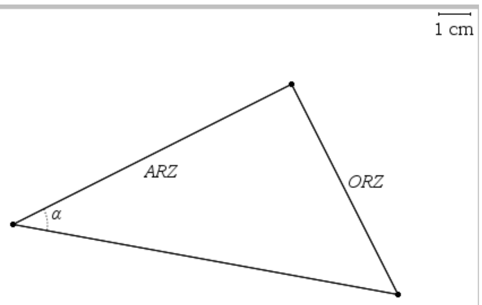


$\sin 46.6° = \dfrac{ORZ}{SZ} = \dfrac{9.89\ cm}{13.6\ cm} = 0.727$

DEFINTIE

Omdat de verhouding van de overstaande rechthoekszijde van een scherpe hoek α en de aanliggende rechthoekszijde van de scherpe hoek α van een rechthoekige driehoek onafhankelijk is van de grootte van de rechthoekige driehoek maar enkel afhankelijk is van de grootte van hoek α definiëren we dit getal dat kenmerkend is voor hoek α als volgt:

tangens van α $= \dfrac{\textit{overstaande rechthoekszijde}}{\textit{aanliggende rechthoekszijde}} = \dfrac{ORZ}{ARZ}$ **(TOA)**



$\tan 37.2° = \dfrac{ORZ}{ARZ} = \dfrac{6.99\ cm}{9.2\ cm} = 0.76$

6.1.4 SOS…? de mijnwerkers worden gered!

(bestand Red de mijnwerkers oplossing.tns)

De terugkoppeling naar het oorspronkelijke probleem is belangrijk om de samenhang en de logische opeenvolging van de leerstofitems te benadrukken. Het is bovendien een belangrijk mnemotechnisch hulpmiddel waarnaar later terug kan worden verwezen.
Door het feit dat het probleem uiteindelijk op twee verschillende manieren wordt opgelost wordt het probleemoplossend denken gestimuleerd.

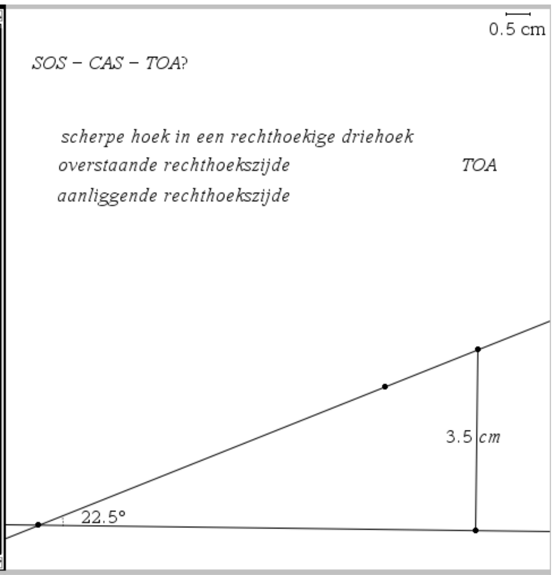
RED DE MIJNWERKERS!

Een groep mijnwerkers zit door de instorting van de lifttunnel vast. De reddingsploeg besluit om dwars door de berg, loodrecht op de lifttunnel een nieuwe weg te graven om de mensen te bevrijden.

De oorspronkelijke lengte van de ingestorte tunnel is gekend: 35 meter. Via een hoogtemeter kan het punt op de berg bepaald worden waar de graafwerken moeten starten. Via een theodoliet kan de hellingshoek bepaald worden in het startpunt van de graafwerken. Deze hoek is 22,5°.

Er zijn 2 factoren die de reddingswerkers niet uit het oog mogen verliezen. Enerzijds moeten de mijnwerkers zo snel mogelijk worden bevrijd wat uiteraard vereist dat grote graafmachines worden ingezet. Anderzijds mag de veiligheid van de mijnwerkers niet in het gedrang komen door de graafmachines waardoor de laatste meters met de hand moeten worden uitgegraven.

Voor de reddingsploeg is het dus zeer belangrijk om zo precies mogelijk de lengte van de te graven tunnel te berekenen. Kunnen wij hen een handje helpen?



$\text{solve}\left(\tan(22.5°)=\frac{35}{x},x\right)$ $\quad x=84.4975$

1/99

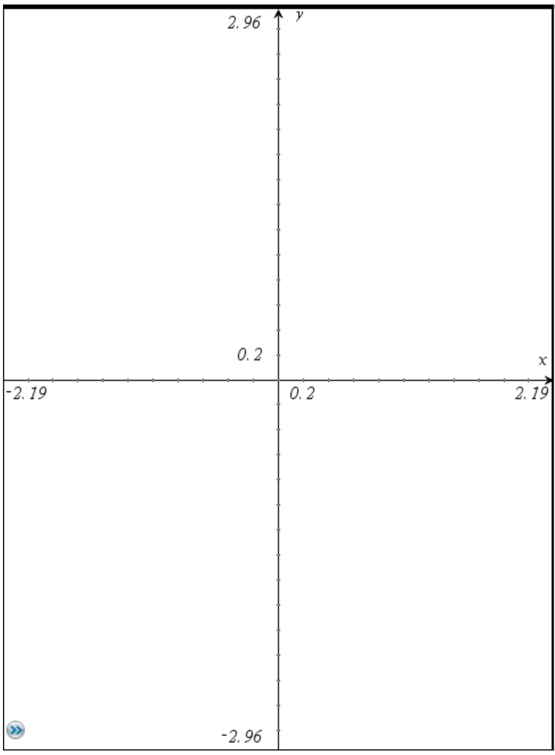
Antwoord

De te graven tunnel is 84,5 meter lang.

6.2 De goniometrische cirkel

6.2.1 Georiënteerde hoeken op de goniometrische cirkel

6.2.1.1 Opdracht voor de leerlingen (bestand Gonio cirkel opgave.tns)



Voer volgende stappen uit in nevenstaand grafiekenvenster.

Stap 1: Teken een goniometrische cirkel. Dit is een cirkel in een orthonormaal assenstelsel waarvan de oorsprong het middelpunt is en de straal 1. (venster eventueel zoom vierkant, en uitzoomen door de ijking van de assen te verslepen)

Stap 2: Teken het beeldpunt van een georiënteerde hoek op de goniometrische cirkel in **het eerste of tweede kwadrant**. Toon de coördinaat van het beelpunt op het scherm. Sla het eerste coördinaatgetal op als variabele a en het tweede coördinaatgetal als variabele b.

Stap 3: Teken het tweede been van deze hoek.

Stap 4: Geef de grootte van deze hoek weer. Sla deze grootte op als de variabele α.

DEFINITIES:

Het eerste coördinaatgetal (a) van het beeldpunt van een georiënteerde hoek (α) op de goniometrische cirkel noemen we de cosinus van deze hoek.

Het tweede coördinaatgetal van het beeldpunt van een georiënteerde hoek op de goniometrische cirkel noemen we de sinus van deze hoek.

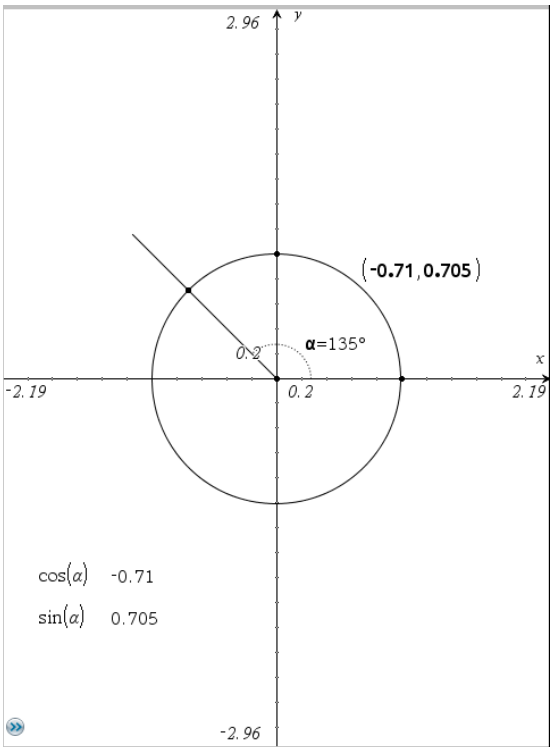
Stap 5: Noteer als tekst in het grafiekblad: cos(α)

Stap 6: Noteer als tekst in het grafiekblad: sin(α)

Stap 7: Bereken deze 2 uitdrukkingen.

OPGELET: Op dit moment kan je de sinus en cosinus

6.2.1.2 Oplossing opdracht **(bestand Gonio cirkel.tns)**



verslepen)

Stap 2: Teken het beeldpunt van een georiënteerde hoek op de goniometrische cirkel in **het eerste of tweede kwadrant**. Toon de coördinaat van het beelpunt op het scherm. Sla het eerste coördinaatgetal op als variabele a en het tweede coördinaatgetal als variabele b.

Stap 3: Teken het tweede been van deze hoek.

Stap 4: Geef de grootte van deze hoek weer. Sla deze grootte op als de variabele α.

<u>DEFINITIES:</u>

<u>Het eerste coördinaatgetal (a) van het beeldpunt van een georiënteerde hoek (α) op de goniometrische cirkel noemen we de cosinus van deze hoek.</u>

<u>Het tweede coördinaatgetal van het beeldpunt van een georiënteerde hoek op de goniometrische cirkel noemen we de sinus van deze hoek.</u>

Stap 5: Noteer als tekst in het grafiekblad: cos(α)

Stap 6: Noteer als tekst in het grafiekblad: sin(α)

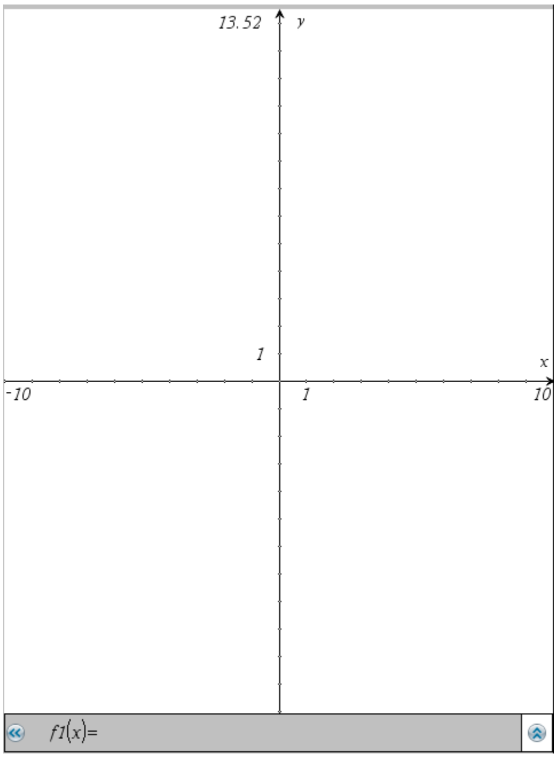
Stap 7: Bereken deze 2 uitdrukkingen.

OPGELET: Op dit moment kan je de sinus en cosinus aflezen van alle geörienteerde hoeken met een beeldpunt in het eerste of tweede kwadrant.

Open het bestand 'Gonio cirkel 2' om ook sinus en cosinus af te lezen van georiënteerde hoeken met een beeldpunt in het derde of vierde kwadrant.

6.2.1.3 Demobestand

Opdracht voor de leerkracht (bestand Gonio cirkel 2 lkr opgave.tns)



Voer de volgende stappen uit in nevenstaand grafiekenvenster. Bij berekeningen nemen we steeds de waarden van de variabelen.

Stap 1: Teken een goniometrische cirkel en zoom in naar voorkeur.

Stap 2: Teken een halve rechte met als beginpunt de oorsprong en een punt van de cirkel.

Stap 3: Plaats de coördinaat van het snijpunt van de halve rechte met de goniometrische cirkel op het scherm. Sla het eerste coördinaatgetal op als variabele a en het tweede coördinaatgetal als variabele b.

Stap 4: Meet de georiënteerde hoek die ontstaan is. Sla deze hoek op als variabele β. Wis de getekende boog.

Stap 5: Plaats de tekst "360°−β" op het scherm en bereken deze waarde. Sla de berekende waarde op als variabele γ.

Stap 6: Plaats de tekst "when(b≥0,β,γ)" op het scherm. Bereken deze uitdrukking en sla de berekende waarde op als variabele α.

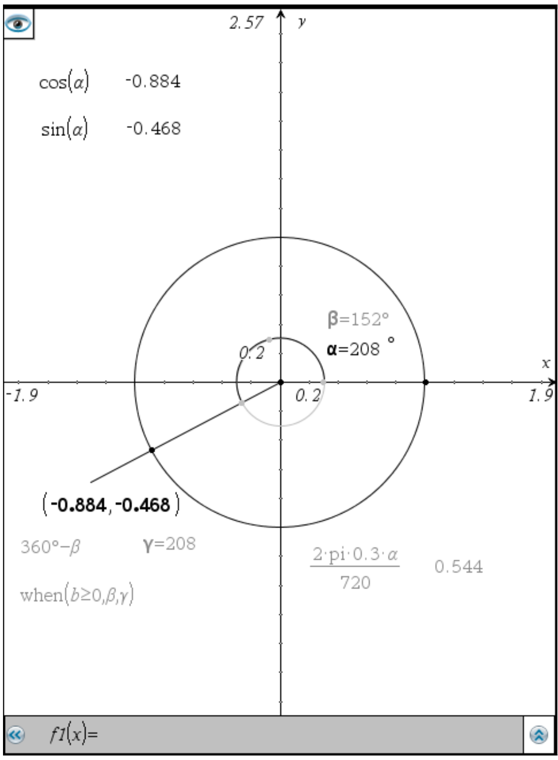
Stap 7: Teken een cirkel met als middelpunt de oorsprong en straal 0.3.

Stap 8: Teken het snijpunt van deze cirkel met de halve rechte.

Stap 9: Plaats de tekst "(2*pi*0.3*α)/720" op het scherm en laat deze berekenen.

Stap 10: Neem in box A 'maat overbrengen' en duid

Eindresultaat met verborgen teksten (bestand Gonio cirkel 2 lkr.tns)



Voer de volgende stappen uit in nevenstaand grafiekenvenster. Bij berekeningen nemen we steeds de waarden van de variabelen.

Stap 1: Teken een goniometrische cirkel en zoom in naar voorkeur.

Stap 2: Teken een halve rechte met als beginpunt de oorsprong en een punt van de cirkel.

Stap 3: Plaats de coördinaat van het snijpunt van de halve rechte met de goniometrische cirkel op het scherm. Sla het eerste coördinaatgetal op als variabele a en het tweede coördinaatgetal als variabele b.

Stap 4: Meet de georiënteerde hoek die ontstaan is. Sla deze hoek op als variabele β. Wis de getekende boog.

Stap 5: Plaats de tekst "360°−β" op het scherm en bereken deze waarde. Sla de berekende waarde op als variabele γ.

Stap 6: Plaats de tekst "when(b≥0,β,γ)" op het scherm. Bereken deze uitdrukking en sla de berekende waarde op als variabele α.

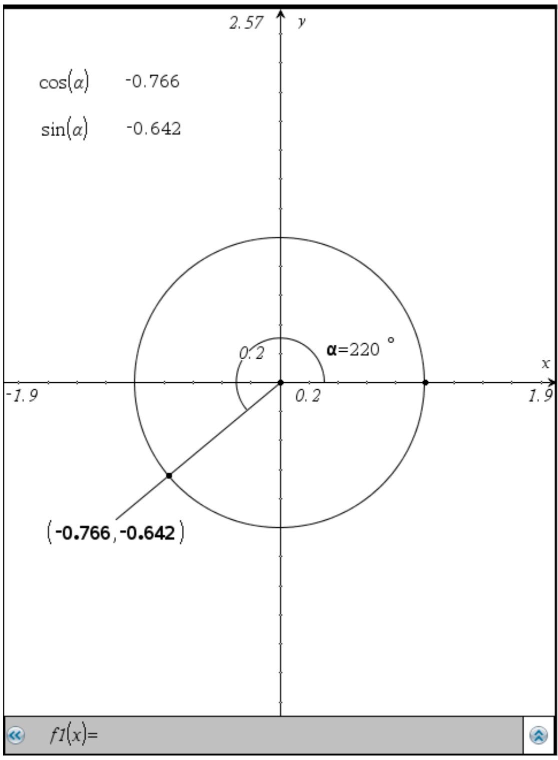
Stap 7: Teken een cirkel met als middelpunt de oorsprong en straal 0.3.

Stap 8: Teken het snijpunt van deze cirkel met de halve rechte.

Stap 9: Plaats de tekst "(2*pi*0.3*α)/720" op het scherm en laat deze berekenen.

Stap 10: Neem in box A 'maat overbrengen' en duid

Eindresultaat (bestand Gonio cirkel 2 lkr.tns)



Voer de volgende stappen uit in nevenstaand grafiekenvenster. Bij berekeningen nemen we steeds de waarden van de variabelen.

Stap 1: Teken een goniometrische cirkel en zoom in naar voorkeur.

Stap 2: Teken een halve rechte met als beginpunt de oorsprong en een punt van de cirkel.

Stap 3: Plaats de coördinaat van het snijpunt van de halve rechte met de goniometrische cirkel op het scherm. Sla het eerste coördinaatgetal op als variabele a en het tweede coördinaatgetal als variabele b.

Stap 4: Meet de georiënteerde hoek die ontstaan is. Sla deze hoek op als variabele β. Wis de getekende boog.

Stap 5: Plaats de tekst "360°−β" op het scherm en bereken deze waarde. Sla de berekende waarde op als variabele γ.

Stap 6: Plaats de tekst "when(b≥0,β,γ)" op het scherm. Bereken deze uitdrukking en sla de berekende waarde op als variabele α.

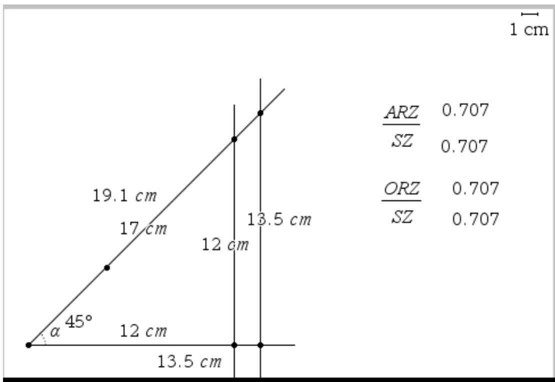
Stap 7: Teken een cirkel met als middelpunt de oorsprong en straal 0.3.

Stap 8: Teken het snijpunt van deze cirkel met de halve rechte.

Stap 9: Plaats de tekst "(2*pi*0.3*α)/720" op het scherm en laat deze berekenen.

Stap 10: Neem in box A 'maat overbrengen' en duid

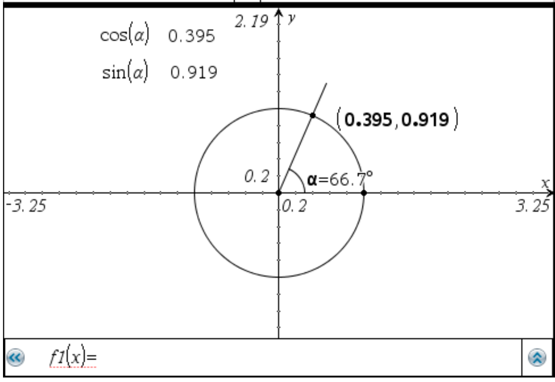
6.2.2 Verschillende definities?
Een ontdek-bestand voor leerlingen
(bestand Def rechth drieh en gon cirkel.tns)



We hebben de definities voor cosinus en sinus van een scherpe hoek α in een rechthoekige driehoek als volgt geformuleerd:

cosinus van α $= \dfrac{\textit{aanliggende rechthoekszijde}}{\textit{schuine zijde}} = \dfrac{ARZ}{SZ}$ **(CAS)**

sinus van α $= \dfrac{\textit{overstaande rechthoekszijde}}{\textit{schuine zijde}} = \dfrac{ORZ}{SZ}$ **(SOS)**



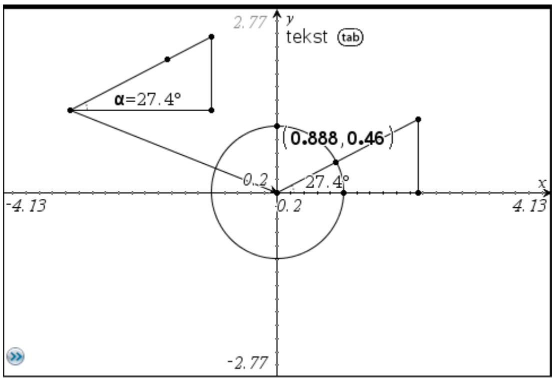
De cosinus en de sinus van een georiënteerde hoek α hebben we als volgt gedefinieerd:

Het eerste coördinaatgetal van het beeldpunt van een georiënteerde hoek (α) op de goniometrische cirkel noemen we de cosinus van deze hoek.

Het tweede coördinaatgetal van het beeldpunt van een georiënteerde hoek op de goniometrische cirkel noemen we de sinus van deze hoek.

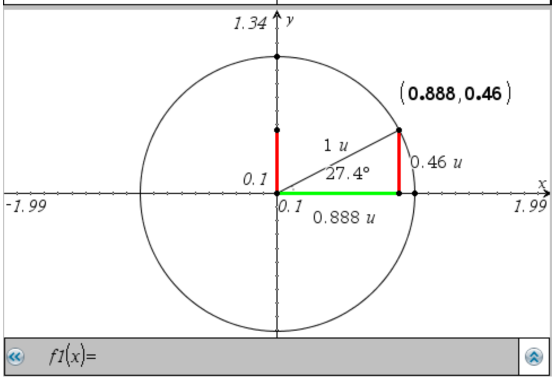
Zijn de definities in een rechthoekige driehoek in strijd met deze nieuwe definities?

Geef α in de rechthoekige driehoek dezelfde waarde als op de goniometrische cirkel en ontdek!



We leggen de rechhoekige driehoek op de goniometrische cirkel zodat het hoekpunt van hoek α samenvalt met de oorsprong en het ene been samenvalt met het positieve deel van de x-as.

Op deze manier heeft een scherpe hoek in een rechthoekige driehoekig een beeldpunt op de goniometrische cirkel in het eerste kwadrant.

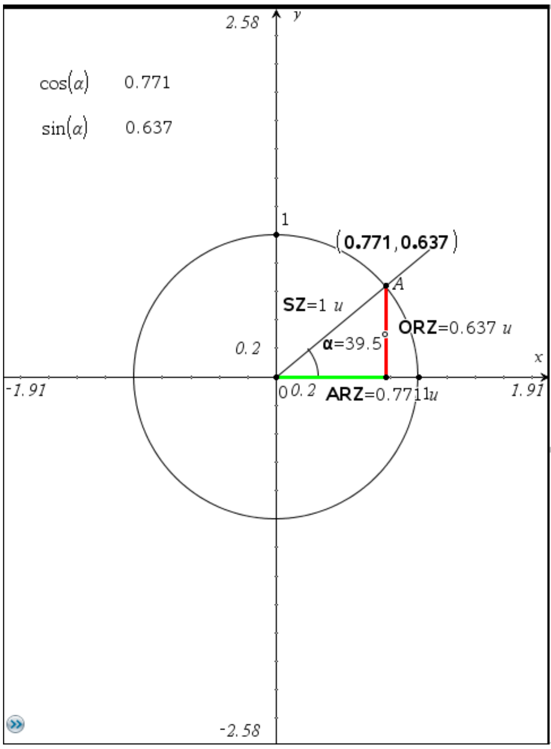


Uit de definitie van cosinus in een rechthoekige driehoek volgt rechtsreeks dat dit goniometrische getal van hoek α bepaald kan worden door de aanliggende rechthoekszijde te delen door de schuine zijde van een rechthoekige driehoek met scherpe hoek α, ongeacht de grootte van de driehoek.

We nemen de rechthoekige driehoek waarvan het hoekpunt tegenover hoek α het beeldpunt is van α op de goniometrische cirkel.

Vermits we werken in een orthonormaal assenstelsel kennen we de lengten van twee zijden van deze driehoek.

Vermits we werken met de goniomerische cirkel waarvan de straal 1 is, is de lengte van de schuine zijde 1.



Beweringen	Redenen
de lengte van de aanliggende rechthoekszijde van hoek α = 1e coördinaatgetal van het beeldpunt van hoek α op de goniometrische cirkel	orthonormaal assenstelsel, definitie coördinaat
de lengte van de overstaande rechthoekszijde van hoek α = 2e coördinaatgetal van het beeldpunt van hoek α op de goniometrische cirkel	orthonormaal assenstelsel, definitie coördinaat
de lengte van de schuine zijde = 1	straal van de goniometrische cirkel

Conclusie:

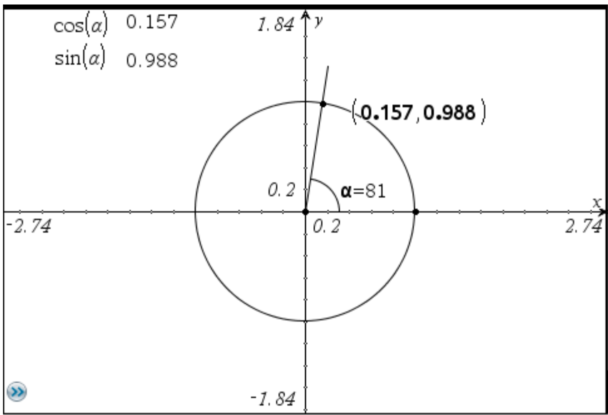
cos α = $\frac{\text{ARZ}}{\text{SZ}} = \frac{x(\text{A})}{1} = x(\text{A})$

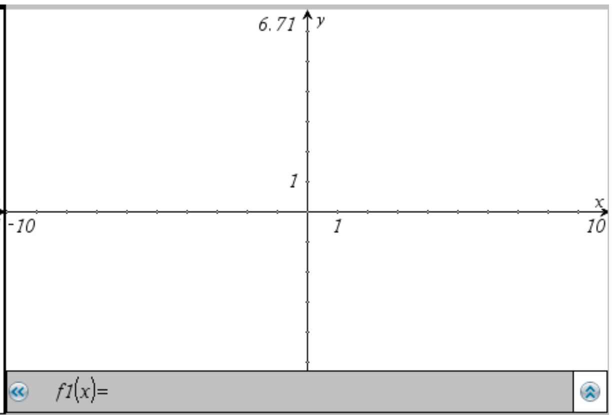
sin α = $\frac{\text{ORZ}}{\text{SZ}} = \frac{y(\text{A})}{1} = y(\text{A})$

6.3 Opbouw goniometrische functies vanuit de goniometrische cirkel

6.3.1 Opgave voor de leerlingen (bestand Opbouw gon fcties uit gon cirkel.tns)

cosinusfunctie





Een reële functie geeft een verband tussen 2 reële getallen weer. We moeten dus de hoekgrootte weergeven in radialen.

STAP 1: Pas de hoekgrootte aan zodat het maatgetal wordt weergegeven in radialen. Bestand → Instellingen → Documentinstellingen → Grafieken & Meetkunde

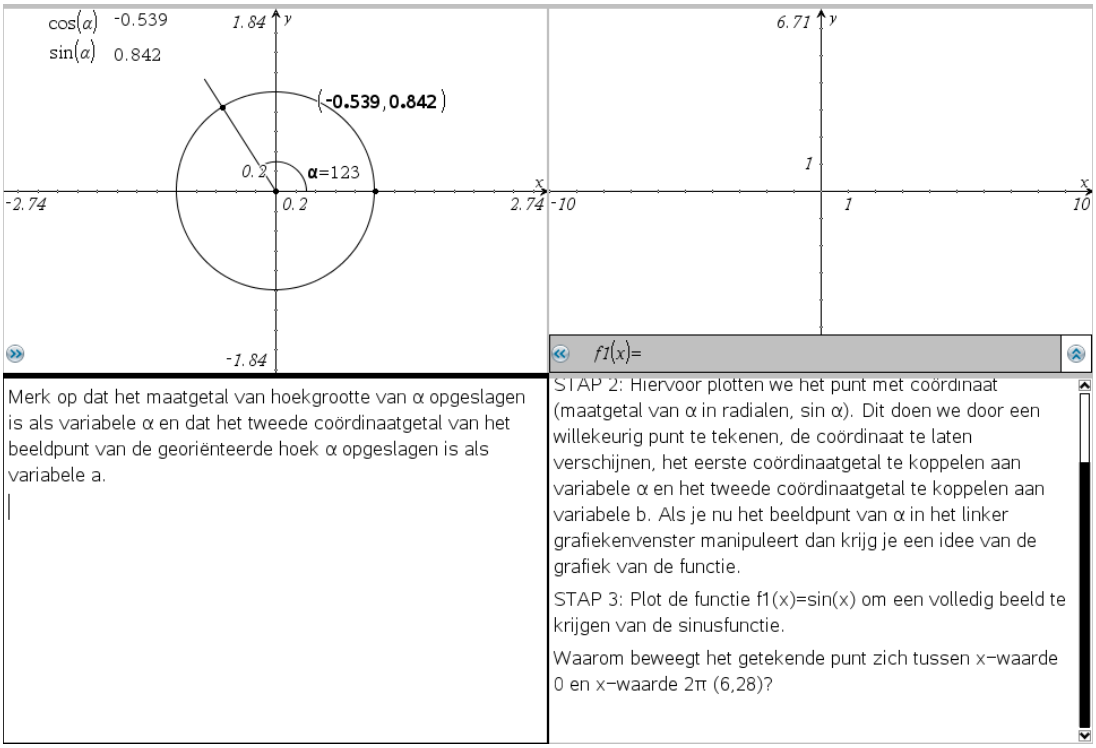
Merk op dat het maatgetal van hoekgrootte van α opgeslagen is als variabele α en dat het eerste coördinaatgetal van het beeldpunt van de georiënteerde hoek α opgeslagen is als variabele a.

We willen de grafiek van de functie opbouwen die het verband geeft tussen het maatgetal van de hoek (in radialen) en de cosinus van die hoek.

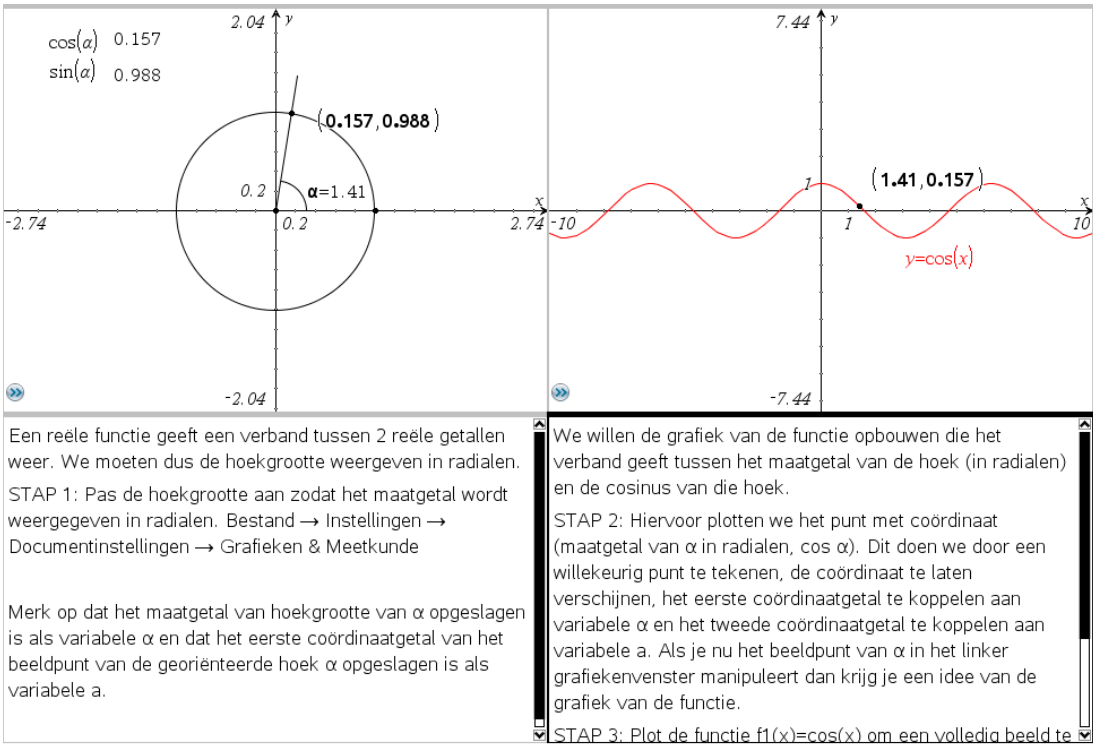
STAP 2: Hiervoor plotten we het punt met coördinaat (maatgetal van α in radialen, cos α). Dit doen we door een willekeurig punt te tekenen, de coördinaat te laten verschijnen, het eerste coördinaatgetal te koppelen aan variabele α en het tweede coördinaatgetal te koppelen aan variabele a. Als je nu het beeldpunt van α in het linker grafiekenvenster manipuleert dan krijg je een idee van de grafiek van de functie.

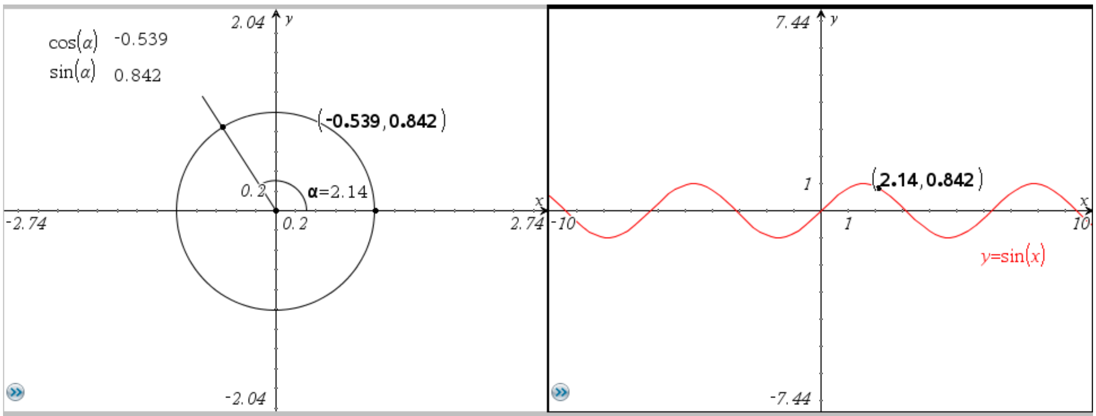
STAP 3: Plot de functie f1(x)=cos(x) om een volledig beeld te krijgen van de cosinusfunctie.

sinusfunctie



6.3.2 Oplossing (bestand Opbouw gon fcties uit gon cirkel oplossing.tns)





Merk op dat het maatgetal van hoekgrootte van α opgeslagen is als variabele α en dat het tweede coördinaatgetal van het beeldpunt van de georiënteerde hoek α opgeslagen is als variabele a.

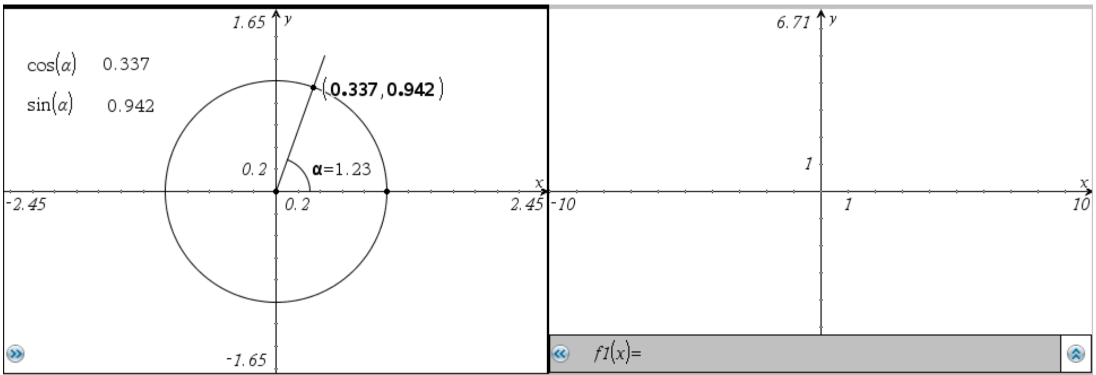
willekeurig punt te tekenen, de coördinaat te laten verschijnen, het eerste coördinaatgetal te koppelen aan variabele α en het tweede coördinaatgetal te koppelen aan variabele b. Als je nu het beeldpunt van α in het linker grafiekenvenster manipuleert dan krijg je een idee van de grafiek van de functie.

STAP 3: Plot de functie f1(x)=sin(x) om een volledig beeld te krijgen van de sinusfunctie.

Waarom beweegt het getekende punt zich tussen x–waarde 0 en x–waarde 2π (6,28)?

6.3.3 Demo-bestand

6.3.3.1 Opdracht voor de leerkracht (bestand Opbouw gon fcties uit gon cirkel lkr opgave.tns)



STAP 1: We maken een schuifregelaar voor variabele k zodat we de punten met coördinaten (grootte van α in radialen, cos α) en (grootte van α in radialen, sin α) ook kunnen volgen in andere intervallen dan [0,2π[. Bij schuifregelaarinstellingen voeren we voor minimale waarde –5 in, voor maximale waarde 5 en stapgrootte 1.

STAP 2: Plaats de tekst 'α+2*pi*k' op het scherm en laat deze tekst berekenen met de variabelen α en k. Sla deze berkenende waarde op als α_k.

STAP 3: Verberg het overbodige.

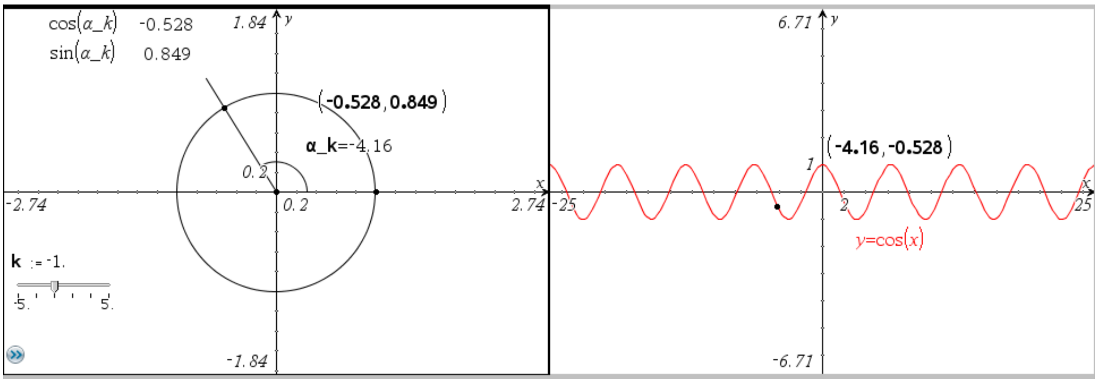
STAP 4: Pas de berekeningen van cos(α) en sin(α) aan naar cos(α_k) en sin(α_k). Bereken opnieuw.

STAP 5: Plot het punt (α_k,a) . Pas eventueel het venster aan.

STAP 6: Plot de functie f1(x)=cos(x).

Deze werkwijze kan je herhalen voor de sinusfunctie in een ander grafiekenvenster.

6.3.3.2 Eindresultaat (bestand Opbouw gon fcties uit gon cirkel lkr.tns)



STAP 1: We maken een schuifregelaar voor variabele k zodat we de punten met coördinaten (grootte van α in radialen, cos α) en (grootte van α in radialen, sin α) ook kunnen volgen in andere intervallen dan [0,2π[. Bij schuifregelaarinstellingen voeren we voor minimale waarde −5 in, voor maximale waarde 5 en stapgrootte 1.

STAP 2: Plaats de tekst 'α+2*pi*k' op het scherm en laat deze tekst berekenen met de variabelen α en k. Sla deze berkenende waarde op als α_k.

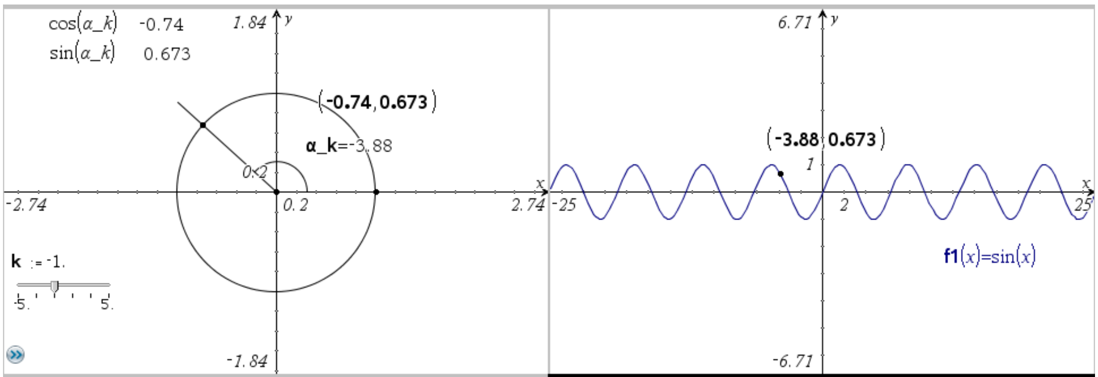
STAP 3: Verberg het overbodige.

STAP 4: Pas de berekeningen van cos(α) en sin(α) aan naar cos(α_k) en sin(α_k). Bereken opnieuw.

STAP 5: Plot het punt (α_k,a) . Pas eventueel het venster aan.

STAP 6: Plot de functie f1(x)=cos(x).

Deze werkwijze kan je herhalen voor de sinusfunctie in een ander grafiekenvenster.



STAP 1: We maken een schuifregelaar voor variabele k zodat we de punten met coördinaten (grootte van α in radialen, cos α) en (grootte van α in radialen, sin α) ook kunnen volgen in andere intervallen dan [0,2π[. Bij schuifregelaarinstellingen voeren we voor minimale waarde −5 in, voor maximale waarde 5 en stapgrootte 1.

STAP 2: Plaats de tekst 'α+2*pi*k' op het scherm en laat deze tekst berekenen met de variabelen α en k. Sla deze berkenende waarde op als α_k.

STAP 3: Verberg het overbodige.

STAP 4: Pas de berekeningen van cos(α) en sin(α) aan naar cos(α_k) en sin(α_k). Bereken opnieuw.

STAP 5: Plot het punt (α_k,b) . Pas eventueel het venster aan.

STAP 6: Plot de functie f1(x)=sin(x).

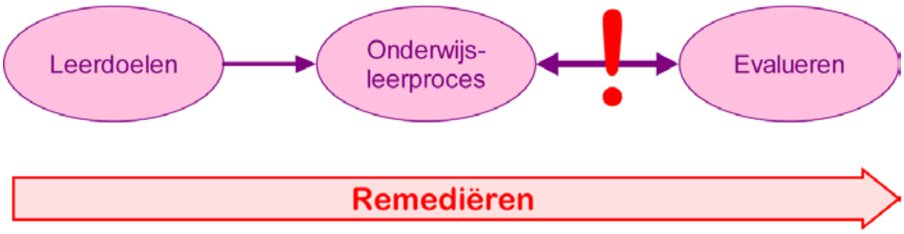
7 Evaluatie

7.1 Algemeen

7.1.1 Rol van de leerkracht

Vertrekkende vanuit vooropgestelde doelen zal de leerkracht een didactisch proces opzetten dat er op gericht is om de leerlingen te sturen en te begeleiden bij het behalen van de leerdoelen. Om dit leerproces optimaal te kunnen begeleiden is het noodzakelijk om op geregelde tijdstippen te evalueren. De verzamelde evaluatiegegevens zullen bepalen op welke manier het leerproces verder wordt gezet: nieuwe/andere doelen worden gesteld en de manier waarop de leerling zal worden begeleid wordt herbekeken. Remediëren is dus de rode draad doorheen het gehele onderwijsproces.

Enerzijds zal de manier van evalueren nauw aansluiten bij het didactisch proces: de wijze waarop getracht is om bepaalde doelen te behalen bepaalt mede de manier van evalueren. Hulpmiddelen die leerlingen tijdens het leerproces ter beschikking hadden, moeten ze ook kunnen gebruiken bij een evaluatiefase.
Anderzijds kan de manier waarop men wil evalueren ook mee bepalen op welke manier het leerproces wordt opgezet. Indien je een alternatieve of andere vorm van evaluatie wil uitproberen dan zal dit invloed hebben op de manier waarop je de leerlingen stuurt en begeleidt.



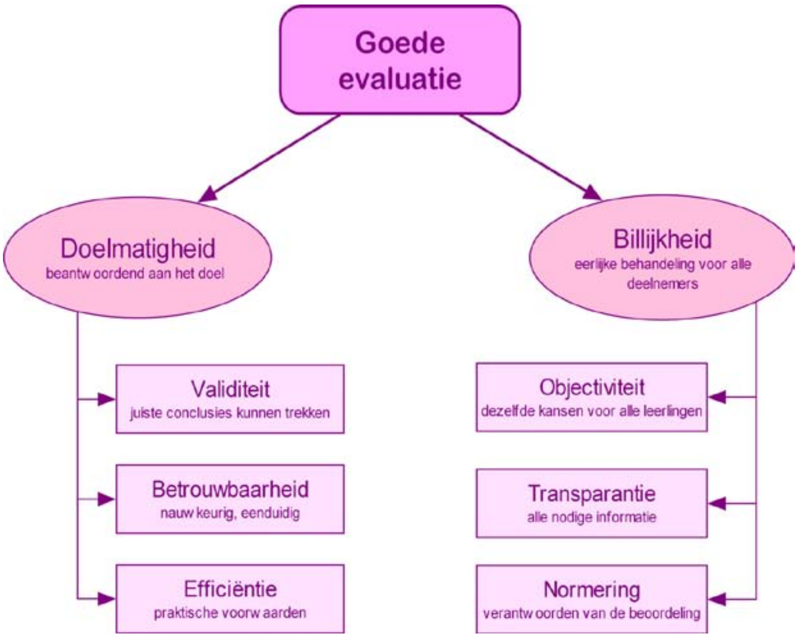
7.1.2 Doel van evaluatie

Het leerproces van de leerling sturen is het voornaamste doel van evaluatie. Bijkomend geven evaluatiegegevens van leerlingen je als leerkracht zicht op de manier waarop het didactisch proces verlopen is. Door analyse van de resultaten van leerlingen en reflectie kan de leerkracht het didactisch proces bijsturen, verderzetten of wijzigen.

7.2 Kennis en vaardigheden

7.2.1 Eigenschappen van kwaliteitsvolle evaluatie

Om bij het evaluatieproces goed en correct te kunnen beoordelen en interpreteren moeten de meting en registratie kwaliteitsvol verlopen. De kwaliteitseisen kunnen omvat worden in twee categorieën, namelijk doelmatigheid en billijkheid, die elk weer verder worden onderverdeeld. Dit wordt hieronder schematisch weergegeven. In de volgende paragrafen gaan we dieper in op elk van deze aspecten.



7.2.1.1 Doelmatigheid

Een evaluatiemethode is doelmatig als ze beantwoordt aan het doel waarvoor ze ontworpen is, m.a.w. als ze geschikt is voor het doel waarvoor ze gemaakt is. Er worden daarbij drie doelmatigheidseisen beschouwd: validiteit, betrouwbaarheid en efficiëntie.

Validiteit

Een evaluatiemethode is valide als men de juiste conclusies kan trekken uit de evaluatieresultaten, m.a.w. als de evaluatiemethode meet wat de ontwerper ervan bedoeld heeft ermee te meten.

Begripsvaliditeit, inhoudsvaliditeit en predictieve validiteit worden als belangrijkste validiteitseisen vooropgesteld.

- Begripsvaliditeit
  De evaluatie meet de kennis en vaardigheden die hij beoogt te meten, m.a.w. de opgaven stemmen zo goed mogelijk overeen met de vooropgestelde doelstellingen. Daarom wordt ook gesproken over *doelstellingenvaliditeit*.
- Inhoudsvaliditeit
  De evaluatie mag niet buiten de lijnen van de behandelde leerstof treden. De evaluatie mag dus niet handelen over leerstof die niet of onvolledig behandeld is. Bovendien moet de evaluatie evenwichtig verdeeld zijn over de behandelde leerstof, zodat de evaluatie representatief is voor alle beoogde doelstellingen. Daarom wordt ook gesproken over *doelstellingenrepresentativiteit*.
- Predictieve validiteit
  Predictieve validiteit is het kenmerk dat een evaluatiemethode heeft als men zo

nauwkeurig mogelijk toekomstige studieprestaties wil voorspellen. Deze validiteit is vooral nuttig bij het bepalen van een studiekeuze en oriëntering.

Vuistregels

- Zorg ervoor dat de evaluatie effectief de kennis en/of vaardigheden meet zoals je dat bedoelt.
- Zorg ervoor dat de leerdoelen naar inhoud en taxonomisch niveau zo goed mogelijk vertegenwoordigd zijn in de evaluatie.

Betrouwbaarheid

Algemeen wordt validiteit beschouwd als de belangrijkste eis van een evaluatie, maar deze evaluatie kan niet valide zijn als ze niet betrouwbaar is. Dat betekent dat in de eerste plaats de betrouwbaarheid van een evaluatie onderzocht moet worden.

Een evaluatie is betrouwbaar als het resultaat niet beïnvloed wordt door 'storende' factoren. Men moet zich afvragen of het resultaat in andere omstandigheden (een andere leerkracht, een ander tijdstip van verbeteren, …) niet evengoed anders had kunnen zijn. Beslissingen moeten immers gebaseerd worden op betrouwbare gegevens en de resultaten die als basis voor deze beslissingen dienen, mogen dus niet afhankelijk zijn van toevalligheden.

Mogelijke oorzaken van meetfouten zijn:

- een subjectieve instelling van de leerkracht – vooroordelen, een minder aangename stemming, enzovoort kunnen aanleiding geven tot onbetrouwbare correcties;
- een onbetrouwbaar meetinstrument – de evaluatie moet een voldoend aantal vragen bevatten, die bovendien ondubbelzinnig zijn, zodat ze steeds op dezelfde wijze geïnterpreteerd worden;
- een niet-aangepaste meetsituatie – zowel het tijdstip van toetsafname als de tijdsdruk kunnen de oorzaak zijn van onbetrouwbare resultaten.

Vuistregels

- Werk bij het opstellen van vragen samen met de collega's van je vakgroep.
- Zorg ervoor dat de vragen elkaar onderling niet overlappen.
- Zorg voor een voldoende aantal vragen.
- Zorg ervoor dat alle leerlingen voldoende tijd krijgen om alle vragen te beantwoorden.

Efficiëntie

Bij efficiëntie gaat het om een aantal praktische eisen. Lonen de tijd en de kosten voor het opmaken van de evaluatie de moeite? Levert de evaluatie de nodige informatie op voor het doel waarvoor ze bestemd is? Is de betreffende evaluatie de beste manier om de beoogde doelstellingen te evalueren?

7.2.1.2 Billijkheid

Een evaluatie is billijk als alle deelnemers een eenzelfde, eerlijke behandeling krijgen. Men spreekt van een rechtvaardige evaluatie als ze objectief, transparant en genormeerd is.

Objectiviteit

De persoon van de beoordelaar mag geen enkele invloed hebben op de resultaten van de geëvalueerde. Wie de evaluatie afneemt en verbetert mag met andere woorden geen invloed hebben op het resultaat.

Naast de invloed van de beoordelaar moet ook de eventuele invloed van andere variabelen (die niet gerelateerd zijn aan de prestaties) zoveel mogelijk teniet gedaan worden. Het is immers bijvoorbeeld niet uitgesloten dat verschillende leerlingen eenzelfde taak anders aanpakken omwille van bepaalde persoonlijke kenmerken zoals geslacht en sociaa-economische achtergrond.

Transparantie

Transparantie bij de evaluatie betekent dat de leerling alle informatie krijgt die hij nodig heeft om zich optimaal te kunnen voorbereiden op de evaluatie en om deze adequaat te kunnen uitvoeren. Dit houdt in dat aan de leerling duidelijk (schriftelijk) wordt meegedeeld wat de vooropgestelde doelstellingen zijn (wat wordt er geëvalueerd) en welke de criteria zijn om de geleverde prestaties te evalueren (hoe wordt er geëvalueerd). Verder dienen de evaluaties tijdig aangekondigd te worden, wordt duidelijkheid verwacht omtrent de vraagvormen en over de gevolgen van een onvoldoende.

Normering

Met normering wordt bedoeld dat genomen beslissingen inhoudelijk gerechtvaardigd moeten kunnen worden. Daarbij spelen vooral onderwijskundige elementen een belangrijke rol: wat heeft de leerling nodig, wat heeft hij gehad, wat moet hij goed kennen/kunnen bij de evaluatie?

Om de eigenschappen te bewaken werk je best met vooropgestelde criteria.

7.2.2 Kwaliteitsvolle toetsvragen

7.2.2.1 Eigenschappen

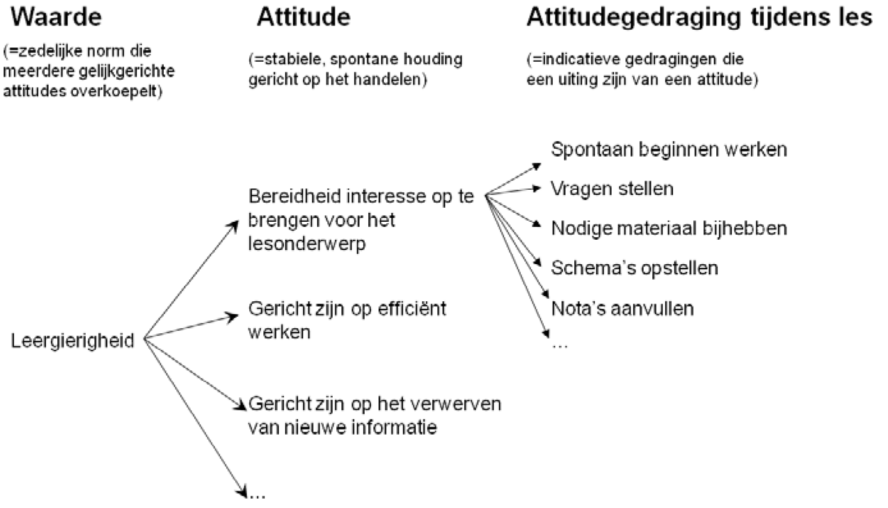
- zijn leerplangericht;
- sluiten aan bij het didactisch proces (moeilijkheidsgraad, vertrouwde vraagstelling,…)
- zijn eenduidig
- zijn begrijpbaar en hanteren een correct taalgebruik
- bevatten eventueel duidelijke schetsen en tekeningen
- zijn inhoudelijk correct
- zijn doelgericht (kettingvragen, rekenfouten)

7.2.2.2 Vuistregels

- Opmaak
- Moeilijkheidsgraad
- Tijd
- Evenwichtige spreiding over de onderdelen
- Starten met eenvoudige vragen
- Vermijd overlapping
- Gebruik van meerdere handboeken biedt ruime inspiratie
- Verbetercriteria
- Je staat niet alleen: vakgroep
- Voorbereiden, afnemen, verbeteren

7.3 Attituden

7.3.1 Wat is een attitude



Een attitude bevat drie elementen:

- een cognitief element;
- een gevoelsmatig element;
- een gedragsintentie.

Het niveau van bereik van de attitude wordt gemeten door het observeren van gedragingen. Voor de evaluatie worden vaak gedragsschalen gebruikt.

7.3.2 Voorbeeld van een gedragsschaal voor wiskunde

attitude	1	2	3	4	Behaald niveau
Inzet	Uitgesproken traag werktempo bij de opdrachten. Verprutst zijn of haar tijd door te dromen, te kletsen, …	Het werktempo is matig. Hij of zij houdt zich zeer wisselend bezig. Hij of zij heeft regelmatig aanmoediging nodig om door te zetten.	Goed werktempo. Hij of zij maakt zinvol gebruik van de normale tijd om de taak af te werken.	Hij of zij werkt hard. Houdt er een stevig werktempo op na.	
Doorzettings-vermogen	Hij of zij werkt alleen onder dwang. Geeft snel op.	Hij of zij geeft vrij snel op.	Hij of zij geeft niet op vooraleer er een bevredigende oplossing is.	Hij of zij geeft nooit op, bijt zich vast in een probleem.	
Stiptheid	Hij of zij levert de gevraagde taak niet in. Hij of zij stelt altijd zaken uit.	Hij of zij heeft altijd extra push nodig om zaken in te leveren. Zonder aanmaning haalt hij of zij de deadline niet	Hij of zij levert zaken op tijd in. Taken zijn stipt op tijd klaar.	Hij of zij levert sommige taken voor de deadline af.	
Zelfstandig-heid	Hij of zij kan niet zelfstandig werken. Hij of zij vraagt voortdurend anderen om uitleg of schrijft af.	Hij of zij is onzeker en vraagt aan anderen steeds bevestiging.	Hij of zij werkt zelfstandig. Hij of zij vraagt uitzonderlijk extra uitleg aan anderen.	Hij of zij werkt zeer zelfstandig. Hij of zij zoekt steeds zelf de oplossing voor een probleem.	

7.4 ICT

Het inschakelen van ICT is meestal een hulpmiddel bij het bereiken van inhoudelijke of attitudinale wiskundedoelen. Het kunnen gebruiken van ICT is zelden een doel op zich.

Bij de evaluatie van doelen waarbij ICT is ingeschakeld is het belangrijk om zoveel mogelijk te focussen op het doel, het kunnen gebruiken van het middel is hieraan ondergeschikt. De centrale vraag bij deze evaluatie is NIET ‘In welke mate kunnen de leerlingen het ICT-middel gebruiken?’ maar WEL ‘In welke mate kunnen de leerlingen het ICT-middel gebruiken om het vooropgestelde doel te bereiken?’.

Zowel bij het didactisch proces als bij de evaluatiefase is het belangrijk om het verwerven van wiskundedoelen centraal te zetten. Het uitvoeren van een ICT stappenplan moet geleid worden door een wiskundige, doordachte structuur die de samenhang en de logica maximaal zichtbaar maakt.
Ook bij zelfstandige opdrachten wordt best verwezen naar bijzonderheden eigen aan de wiskundige inhoud om te vermijden dat leerlingen hervallen in een inhoudsloze ‘klikcultuur’.

Het inschakelen van ICT geeft de leerkracht extra kansen om aan bepaalde algemene en attitudinale eindtermen wiskunde te werken en het gedrag van leerlingen in deze context te evalueren.

Tot slot willen we nog opmerken dat niet alle evaluatiegegevens in de vorm van punten moeten worden gerapporteerd. Feedback en sturing van het leerproces zijn het belangrijkst. Leerlingen meenemen doorheen ‘de wondere wereld van de wiskunde’ is een boeiende uitdaging waarbij ICT een belangrijk hulpmiddel kan zijn. Om leerlingen, van alle leeftijdscategorieën en op ieder niveau, te motiveren en warm te maken om zo ver mogelijk op de ‘wiskundeladder’ te klimmen kan gerichte feedback soms een krachtiger middel zijn dan punten.

Met dit cahier willen we leerkrachten ondersteunen om de ICT-integratie in de wiskundelessen van de tweede graad te verhogen.
Uit verschillende doorlichtingsverslagen blijkt immers dat de kwaliteitsvolle integratie van ICT in de wiskunde doorgaans voor verbetering vatbaar is. Nochtans kan het inschakelen van ICT een belangrijk hulpmiddel zijn om onder andere leerstof te visualiseren, leereenheden vanuit een andere invalshoek aan te bieden, te differentiëren, leerlingen te motiveren en meer inzichtelijk te werken. Een goede en doordachte integratie van ICT zal ook tijdswinst opleveren.
De nieuwe TI-Nspire™ technologie is zowel voor de rekenmachine als software voor de computer beschikbaar. Hierdoor is het pakket bruikbaar in alle graden van het secundair onderwijs. Enerzijds kan het pakket gebruikt worden door de leraar als demonstratie en ondersteuning, anderzijds kunnen leerlingen zelf aan de slag om leerinhouden zelfstandig te verwerken.
Met concreet materiaal op leerlingenniveau, aansluitend bij de eindtermen wiskunde voor de tweede graad (met een uitloper naar de derde graad), willen we de voordelen en differentiatiemogelijkheden die het pakket biedt tonen. We leggen de nadruk dus niet op technisch moeilijke realisaties en uitwerkingen maar wel op mogelijkheden die een meerwaarde opleveren op het niveau van het leerproces van de leerlingen. Hopelijk krijgt u zin in meer!

Wendy Luyckx is pedagogisch adviseur wiskunde bij het GO!, onderwijs van de Vlaamse Gemeenschap en lid van de stuurgroep van T^3. Daarvoor was ze leerkracht wiskunde in het KA Turnhout. Ze gaf reeds meerdere nascholingen over onder andere het gebruik van ICT in de wiskundelessen.

Mark Verbelen is pedagogisch adviseur wiskunde bij het GO!, onderwijs van de Vlaamse Gemeenschap en lid van de stuurgroep van T^3. Daarvoor was hij leerkracht wiskunde in het KA Zaventem. Hij gaf reeds meerdere nascholingen over onder andere het gebruik van ICT in de wiskundelessen.

Juli 2010

TEXAS INSTRUMENTS