

Thema: Technologienutzung bei Prüfungsaufgaben und Übungsaufgaben zur österreichischen Matura

Aufgabe: Waldbewirtschaftung, <https://aufgabenpool.srdp.at>, Bsp. 2_027

Gertrud Aumayr

☒ TI-Nspire™ CAS

Schlagworte:

(Un-)Gleichungen und Gleichungssysteme, Änderungsmaße, Polynomfunktion, Exponentialfunktion, Beschreibende Statistik

Didaktischer Kommentar:

Ab dem Haupttermin 2018 werden Minimalanforderungen für elektronische Hilfsmittel festgelegt (Siehe § 18 Abs. 3 der Prüfungsordnung). Das bedeutet, dass der Einsatz von Technologie inklusive CAS derzeit einmal von Vorteil ist und langfristig unverzichtbar werden wird.

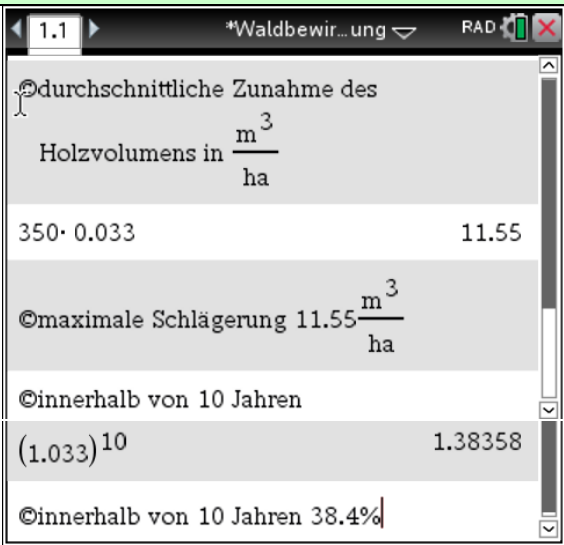
In den folgenden Aufgaben aus bisherigen Reifeprüfungen und aus dem Aufgabenpool des Ministeriums sollen die Möglichkeiten und Vorteile der Nutzung von TI Nspire CAS gezeigt werden.

Die vorliegende Ausarbeitung soll verschiedene mögliche Lösungswege aufzeigen. Ob und welchen Weg die Schüler und Schülerinnen wählen werden, wird davon abhängig sein, wie Technologie im Unterricht eingesetzt wurde.

Aufgabenstellungen:

- a) Bestimmen Sie das maximale Holzvolumen (in m³/ha), das bei einer nachhaltigen Bewirtschaftung pro Jahr geschlägert werden darf!

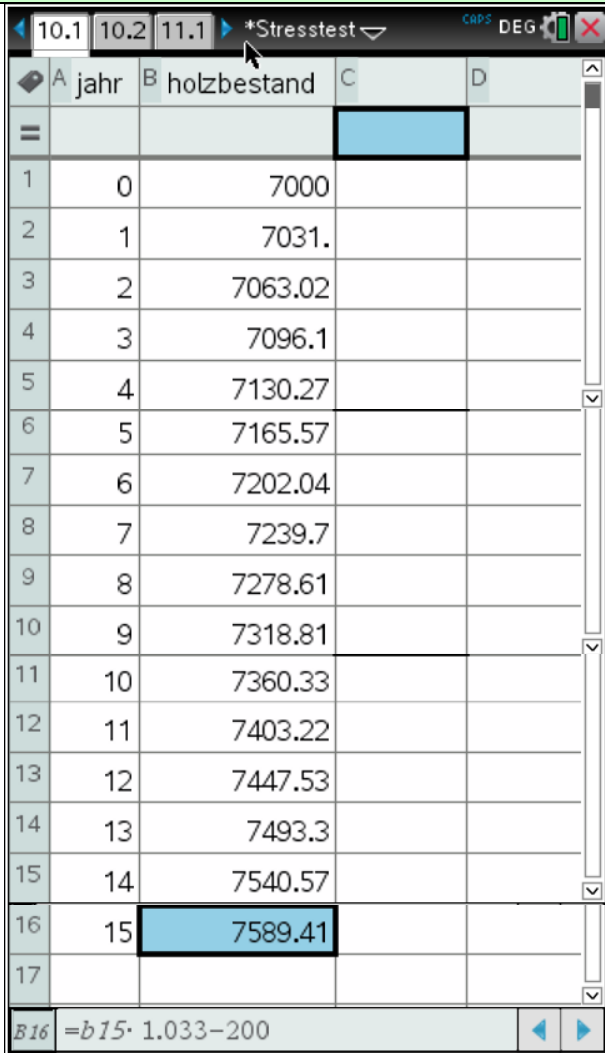
Berechnen Sie, um wie viel Prozent der Holzbestand eines durchschnittlichen Fichtenwaldes innerhalb von 10 Jahren zunimmt, unter der Annahme, dass keinerlei Schlägerungen vorgenommen werden, alle anderen genannten Rahmenbedingungen jedoch unverändert bleiben!

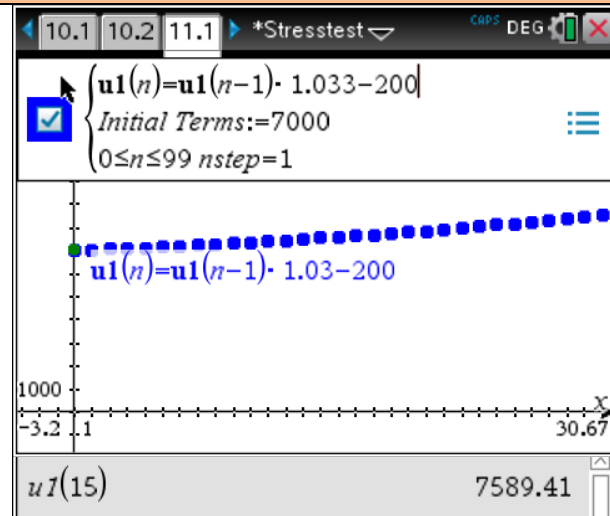
Ausarbeitung a	Kommentar
 <p>The screenshot shows the TI-Nspire CAS interface with the following content:</p> <ul style="list-style-type: none"> Top bar: 1.1, *Waldbewir... ung, RAD Text: durchschnittliche Zunahme des Holzvolumens in $\frac{\text{m}^3}{\text{ha}}$ Calculation: $350 \cdot 0.033 = 11.55$ Text: maximale Schlägerung $11.55 \frac{\text{m}^3}{\text{ha}}$ Text: innerhalb von 10 Jahren Calculation: $(1.033)^{10} = 1.38358$ Text: innerhalb von 10 Jahren 38.4% 	<ul style="list-style-type: none"> Calculator als Hilfe bei Prozentrechnungen.

- b) Der Holzbestand eines 20 ha großen Fichtenwaldes wird in einem Zeitraum von 15 Jahren jährlich jeweils am Ende des Jahres (nachdem der jährliche Zuwachs abgeschlossen ist) um 10 m³ pro Hektar (also um 200 m³) verringert.

Ermitteln Sie den Holzbestand des Fichtenwaldes nach Ablauf von 15 Jahren!

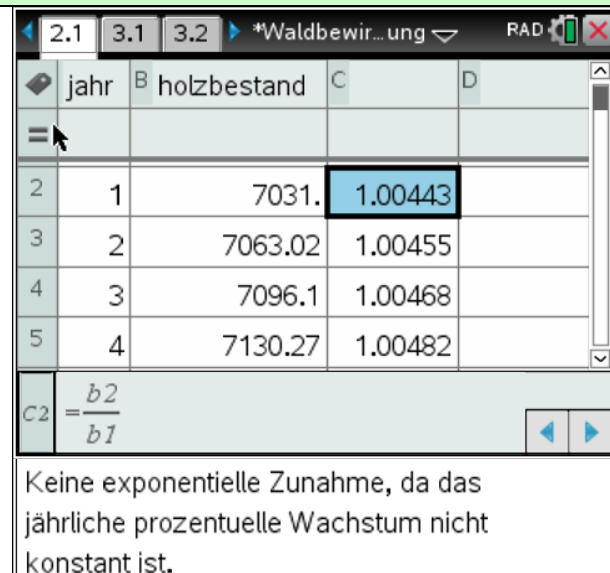
Geben Sie an, ob bei dieser Art der Bewirtschaftung der Holzbestand des Fichtenwaldes trotz Schlägerung exponentiell zunimmt, und begründen Sie Ihre Entscheidung!

Ausarbeitung b				Kommentar
				<ul style="list-style-type: none">Verwendung der Tabellenkalkulation ergibt das Ergebnis.

Alternativ:

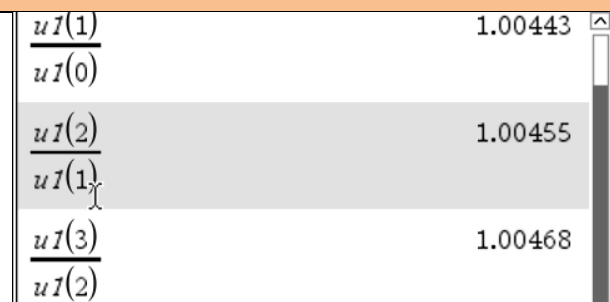
- Eingabe als rekursive Folge.

- Berechnen von $u1(15)$

Fortsetzung Ausarbeitung b:


The CAS interface shows a table with columns 'jahr', 'B', 'holzbestand', and 'C'. The values for 'jahr' are 2, 3, 4, 5. The values for 'B' are 1, 2, 3, 4. The values for 'holzbestand' are 7031., 7063.02, 7096.1, 7130.27. The values for 'C' are 1.00443, 1.00455, 1.00468, 1.00482. The formula $C2 = \frac{b2}{b1}$ is shown. Below the table, the text reads: 'Keine exponentielle Zunahme, da das jährliche prozentuelle Wachstum nicht konstant ist.'

- Jährliches prozentuelles Wachstum ausrechnen.

Alternativ:


The CAS interface shows a table with two columns. The first column contains the ratios $\frac{u1(1)}{u1(0)}$, $\frac{u1(2)}{u1(1)}$, and $\frac{u1(3)}{u1(2)}$. The second column contains the values 1.00443, 1.00455, and 1.00468.

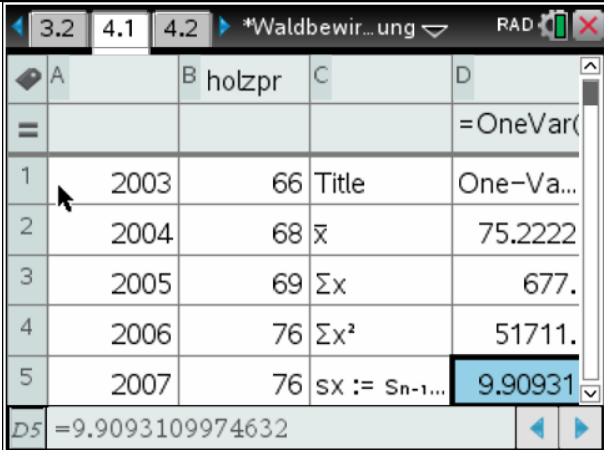
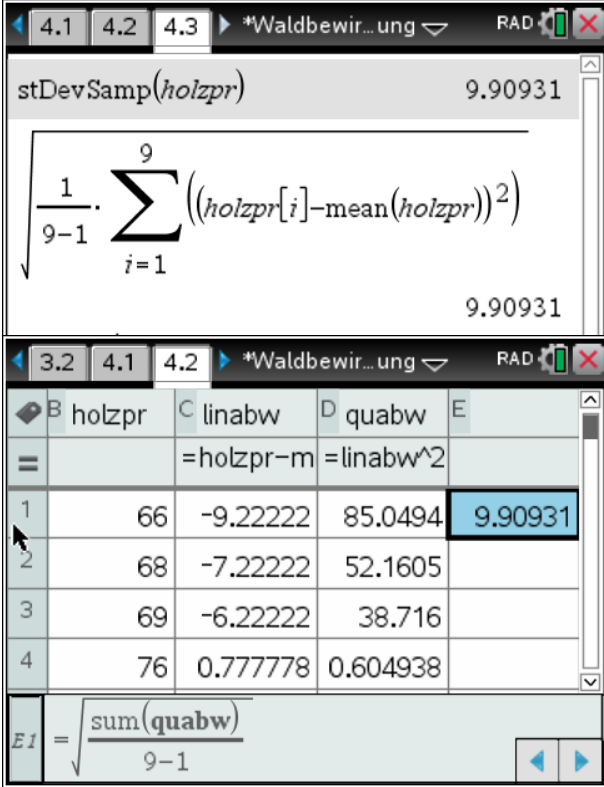
- Wählt man den alternativen Weg, kann das prozentuelle Wachstum ebenfalls leicht ausgerechnet werden.

- c) Ermitteln Sie für den Zeitraum 2003 bis 2011 die empirische Standardabweichung des

Holzpreises entsprechend der Formel $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$!

Dabei werden mit x_i die Beobachtungswerte und mit \bar{x} das arithmetische Mittel der Beobachtungswerte bezeichnet. Lesen Sie die dazu notwendigen Daten aus der Grafik ab!

Begründen Sie anhand der Grafik, warum die empirische Standardabweichung des Holzpreises für den Zeitraum 1998 bis 2004 kleiner ist als die empirische Standardabweichung für den Zeitraum 2005 bis 2011!

Ausarbeitung c	Kommentar
	<ul style="list-style-type: none"> Daten aus der Graphik ablesen und in einer Tabelle eintragen. Statistiktool verwenden um alle statistischen Kennzahlen ausrechnen zu lassen.
Alternativ: 	<ul style="list-style-type: none"> Standardabweichung mit stDevSamp oder mit der Formel ausrechnen. Weitere Alternative: Lineare Abweichung, quadratische Abweichung und daraus die Standardabweichung ausrechnen

Fortsetzung der Ausarbeitung c

Im Zeitraum von 1998 bis 2004 ist die empirische Standardabweichung des Holzpreises kleiner als im Zeitraum von 2005 bis 2011, da die Schwankungen der Werte des Holzpreises im Zeitraum von 1998 bis 2004 geringer sind.

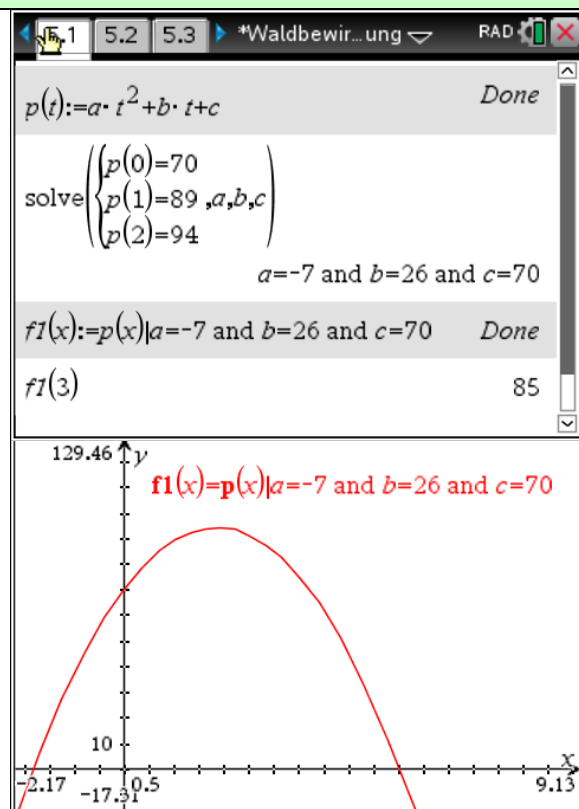
- Keine Technologie notwendig, die Graphik der Angabe ist hilfreich.

- d) Die Entwicklung des Holzpreises soll für den Zeitraum von 2009 bis 2011 durch eine Funktion P mit $P(t) = a \cdot t^2 + b \cdot t + c$ mit $a, b, c \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$ modelliert werden. Der Holzpreis $P(t)$ wird in €/m³ angegeben, die Zeitrechnung beginnt mit dem Jahr 2009 und erfolgt in der Einheit „Jahre“.

Führen Sie die Modellierung auf Basis der Daten für die Jahre 2009, 2010 und 2011 durch und begründen Sie, warum der Parameter a negativ sein muss!

Ermitteln Sie eine Prognose für den in der Grafik nicht angegebenen Holzpreis für das Jahr 2012 mithilfe dieser Modellfunktion!

Ausarbeitung d



Kommentar

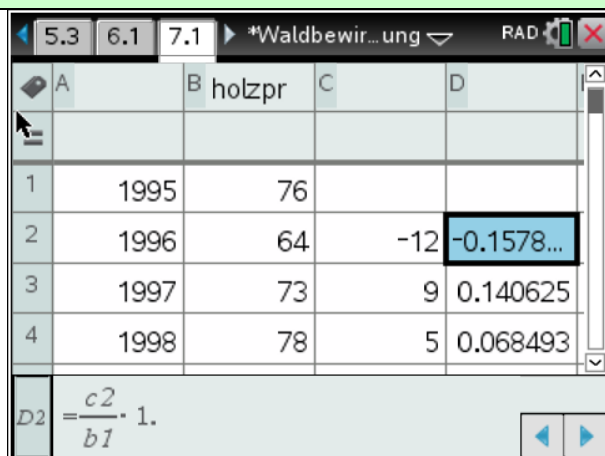
- Gleichung für $p(t)$ eingeben.
- Bedingungen eingeben und Gleichungssystem lösen.
- Funktionswert an der Stelle 3 (Prognose für das Jahr 2012) berechnen.
- Zeichnung nicht unbedingt notwendig, aber für die Begründung hilfreich.

Der Wert des Parameters a muss negativ sein, weil der Graph der Modellfunktion eine nach unten geöffnete Parabel ist.

- e) Bestimmen Sie für den Zeitraum von 1995 bis 2011 die absoluten Holzpreisänderungen aufeinanderfolgender Jahre!

Geben Sie dasjenige Intervall [Jahr 1; Jahr 2] an, in dem sich der Holzpreis prozentuell am stärksten ändert!

Ausarbeitung e

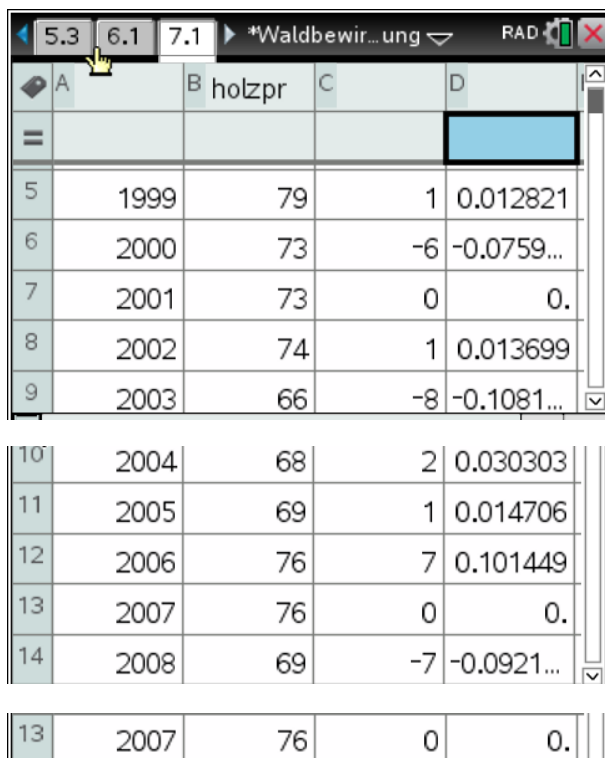


	A	B holzpr	C	D
1	1995	76		
2	1996	64	-12	-0.1578...
3	1997	73	9	0.140625
4	1998	78	5	0.068493

Formula bar: $D2 = \frac{c2}{b1} \cdot 1.$

Kommentar

- Verwendung der Tabellenkalkulation für die Berechnung der absoluten und prozentuellen Änderungen.



	A	B holzpr	C	D
5	1999	79	1	0.012821
6	2000	73	-6	-0.0759...
7	2001	73	0	0.
8	2002	74	1	0.013699
9	2003	66	-8	-0.1081...
10	2004	68	2	0.030303
11	2005	69	1	0.014706
12	2006	76	7	0.101449
13	2007	76	0	0.
14	2008	69	-7	-0.0921...

Formula bar: $D2 = \frac{c2}{b1} \cdot 1.$

14	2008	69	-7	-0.0921...
15	2009	70	1	0.014493
16	2010	89	19	0.271429
17	2011	94	5	0.05618

$D_{16} = \frac{c_{16}}{b_{15}} \cdot 1.$

- *Im Intervall [2009;2010] ändert sich der Holzpreis prozentuell mit 27,14% am stärksten.*