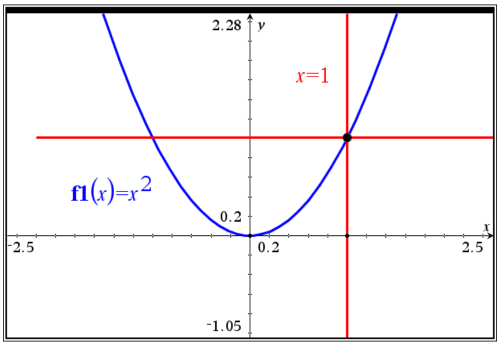
Potensfunktion och kvoten mellan två areor

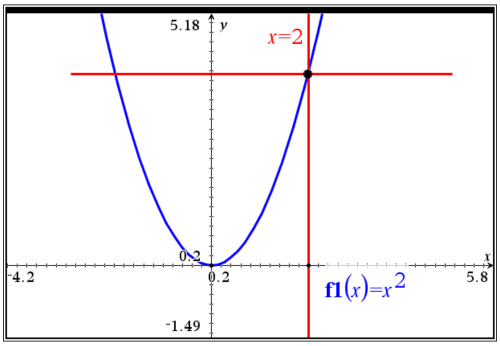
Alla uppgifter som eleverna behöver finns i tns-filen. Man ska alltså bestämma kvoten mellan areorna över och under kurvan mellan de två linjerna. Arean som begränsas av de två röda linjerna och axlarna är i detta fall 1 areaenhet.



Kvoten kan beräknas enligt skärmbilden nedan.

$$\frac{1-\int_0^1 x^2\,dx}{\int_0^1 x^2\,dx} \blacktriangleright 2$$

När x = 2 så blir först konstruktionen så här.



Sidorna i rektangeln är nu 2 och 2^2.

$$\frac{2\cdot 2^2-\int_0^2 x^2\,dx}{\int_0^2 x^2\,dx} \blacktriangleright 2$$

$$\left.\frac{c^3-\int_0^c x^2\,dx}{\int_0^c x^2\,dx}\right|c\neq 0 \blacktriangleright 2$$

Ovan visar vi resultatet för ett godtyckligt värde c. Rektangelarean blir ju här $c\cdot c^2=c^3$. Vi får värdet 2. Kvoten blir alltså 2 för alla värde på c. Hur blir det för funktionen $y=x^3$? Vi prövar.

$$\left.\frac{c^4-\int_0^c x^3\,dx}{\int_0^c x^3\,dx}\right|c\neq 0 \blacktriangleright 3$$

Man börjar att ana ett mönster.

$$\left.\frac{c^{11}-\int_0^c x^{10}\,dx}{\int_0^c x^{10}\,dx}\right|c\neq 0 \blacktriangleright 10$$

Här kommer nu slutligen den verkliga generaliseringen. Vi får resultatet ***n***. Kvoten blir alltså ***n*** för alla potensfunktioner på formen $y=x^n$. Gäller detta även när n inte är ett heltal? Man kan algebraiskt visa att resultatet blir n genom att förenkla uttrycket

$$\frac{c^{n+1}-\dfrac{c^{n+1}}{n+1}}{\dfrac{c^{n+1}}{n+1}}$$

$$\left.\frac{c^{n+1}-\int_0^c x^n\,dx}{\int_0^c x^n\,dx}\right|c\neq 0 \text{ and } n>0 \blacktriangleright n$$