

## Thema: Spiralen

Franz Schlöglhofer

☒ TI-Nspire™ CAS

**Schlagworte:** Parameterdarstellung einer Kurve, sin, cos, Parameterdarstellung eines Kreises, Darstellen von Graphen, Beschreibung von Kurven, Darstellung in der 3D-Grafik. (Anregungen aus klar\_Mathematik 7, Verlag Jugend & Volk, Wien)

## Unterrichtsmaterial

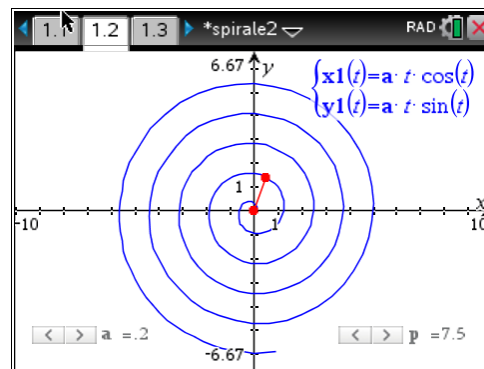
Bearbeite die folgenden Grundlagen für die Darstellung einer Spirale und behandle bzw. löse die damit verbundenen Aufgaben. Bei Verwendung der fertigen Dateien ist rot der jeweilige Abstand des Spiralenpunkts vom Ursprung eingezeichnet. Die Entstehung der Spirale kann durch Veränderung des Parameters  $p$  nachvollzogen werden. Dagegen wird mit dem Parameter  $t$  die gesamte Spirale gezeichnet. Wenn man die Konstruktionen selbst durchführt, sollte auf die Darstellung einzelner Punkte mit  $p$  verzichtet werden. Wenn die fertige Datei verwendet wird, so kann mit dem Parameter  $p$  experimentiert werden.

## Aufgabenstellungen

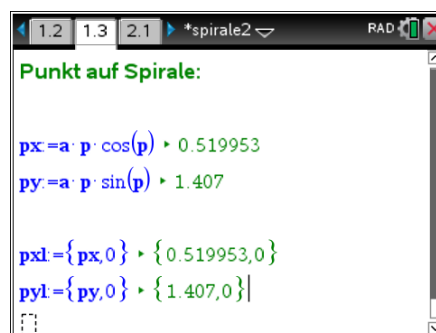
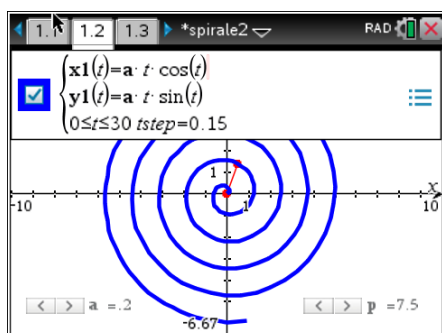
1. **Lineares Wachstum der Entfernung in Abhängigkeit vom Winkel:** Stelle die in der Abbildung dargestellte Spirale dar bzw. verwende die fertige Datei. Beschreibe die Figur. Experimentiere mit verschiedenen Werten von  $a$  und  $p$ . Welche Eigenschaften hat die Spirale.

Anhand der Parameterdarstellung (Abbildung) kann man feststellen, dass eine Ähnlichkeit zur Kreisdarstellung besteht. Mit dem Winkel (Parameter) wächst proportional der Radius.

Man kann z.B. an den Schnittpunkten der Spirale mit der  $x$ -Achse erkennen, dass die Abstände immer gleich sind. Rot eingezeichnet ist die Verbindung des Punktes mit dem Parameter  $p$  mit dem Ursprung. Damit kann man erkunden, wie die Spirale dargestellt ist. Die folgenden Abbildungen zeigen den Aufbau der Datei.



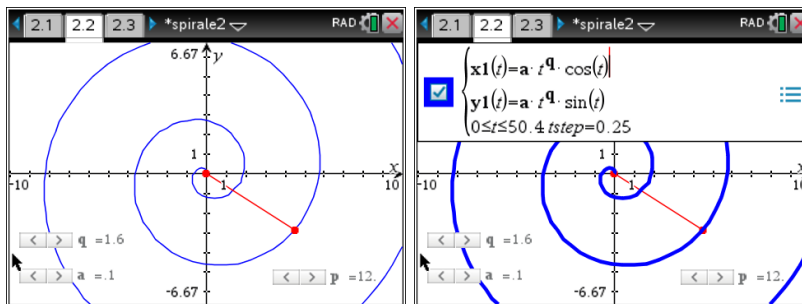
Die rechte Abbildung zeigt die Darstellung eines Punktes mit dem Parameter  $p$ . Dies ist nur Ergänzung und sollte allgemein nicht beachtet werden.



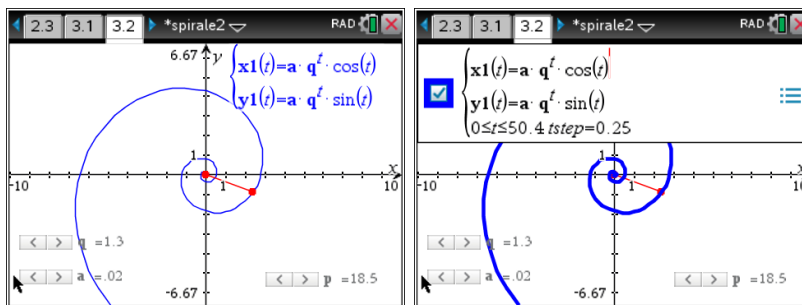
Prinzipiell setzt sich die hier behandelte Spirale aus einer Kreisbewegung und einer Funktion zusammen, die in Abhängigkeit vom Parameter den Abstand vom Ursprung ändert.

2. **Verwendung anderer Funktionen:** Gehe für die in dieser Aufgabe angegebenen Figuren so vor wie in Aufgabe 1. Beschreibe die Funktionen und die Parameterdarstellung. Stelle die jeweilige Spirale auch mit NSPIRE dar.

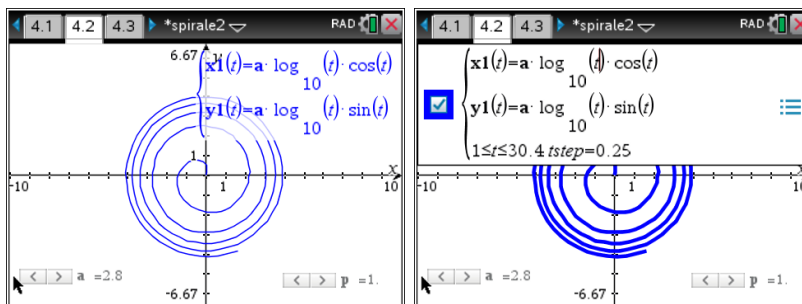
a)



b)



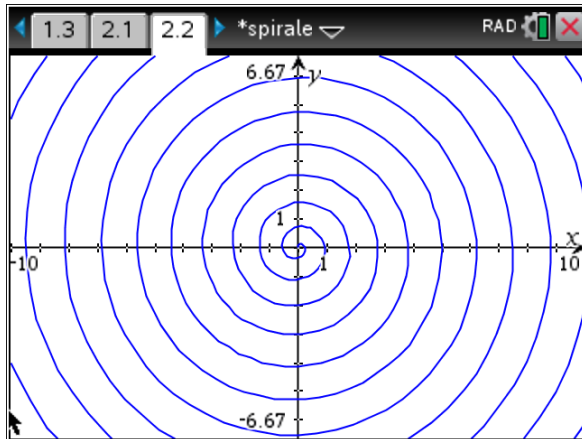
c)



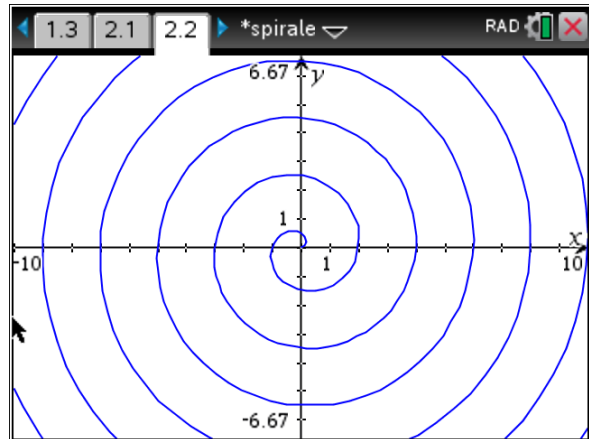
Beschreibe Eigenschaften der jeweiligen Spiralen und experimentiere mit selbst gewählten Spiralen.

3. **Übungsaufgabe:** Welche Art von Spiralen werden hier dargestellt? Gib sie in Parameterform an und konstruiere sie.

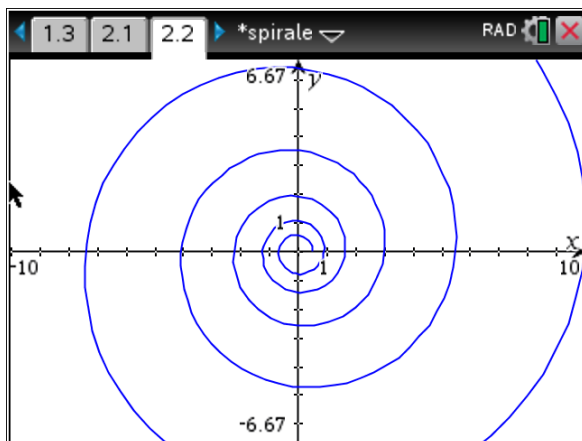
a)



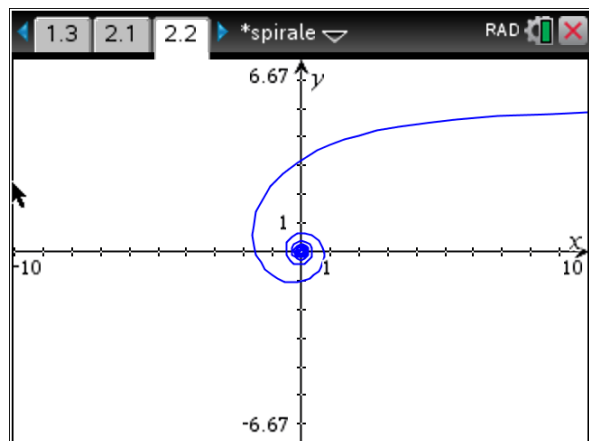
b)



c)



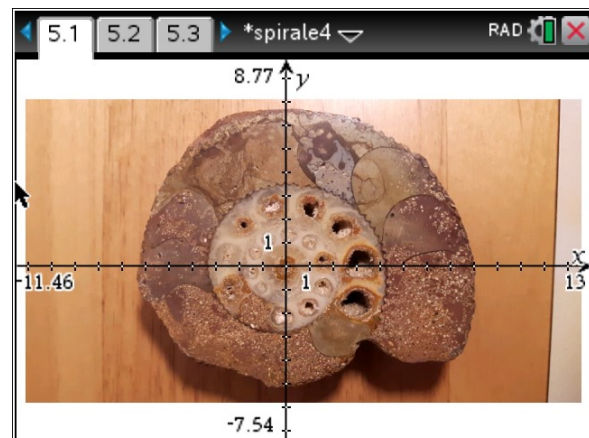
d) Achtung: Aufgabe d) Rätselaufgabe



4. **Übungsaufgabe Fossil:** Schneckenartiger Aufbau in Spiralförmig

Die Abbildung zeigt eine fossile Form eines spiralförmig aufgebauten Gehäuses.

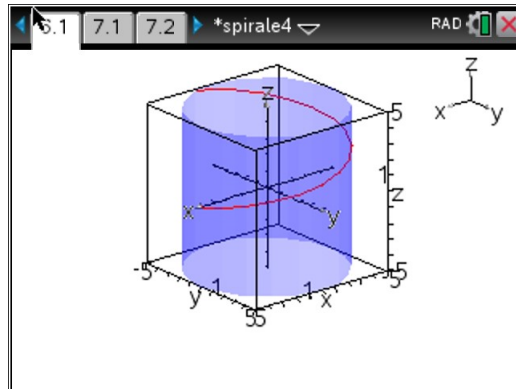
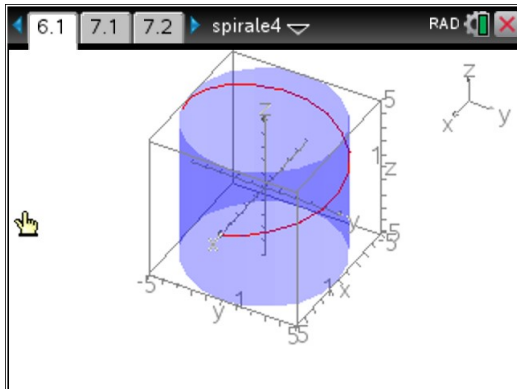
Nähere dieses Gehäuse möglichst gut durch eine Spirale an. Welche Funktion sollte man wählen?



Die folgenden räumlichen Spiralen sind als Ergänzung für besonders interessierte Schülerinnen und Schüler gedacht.

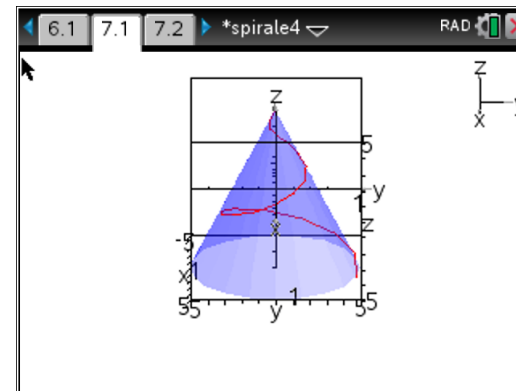
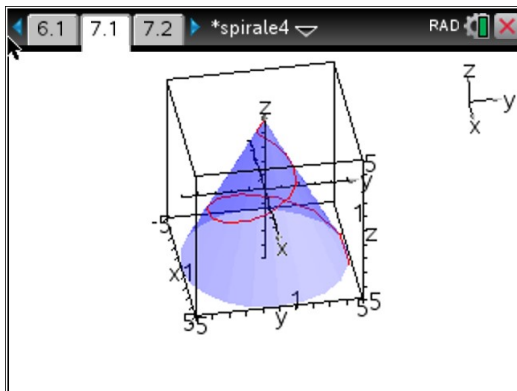
## 5. Spirale auf einem Kreiszylinder

Die Parameterkurve in der Abbildung soll dargestellt werden mit Hilfe der 3D-Grafik des NSPIRE. Für bessere räumliche Vorstellung über die Lage der Kurve wurden zwei verschiedene Ansichten gewählt.



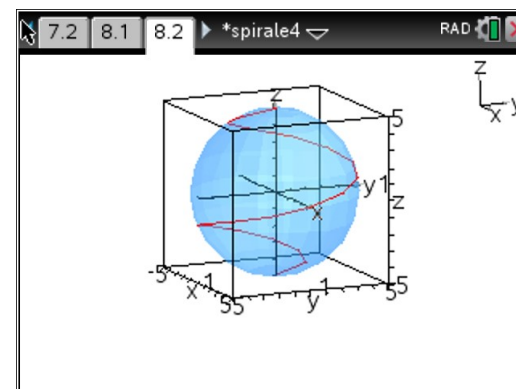
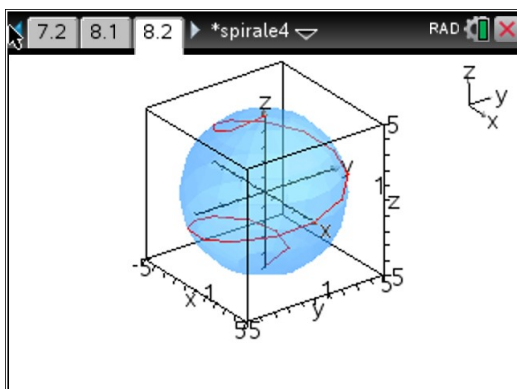
## 6. Spirale auf einem Kreiskegel

Stelle die Spirale auf dem Kreiskegel dar.



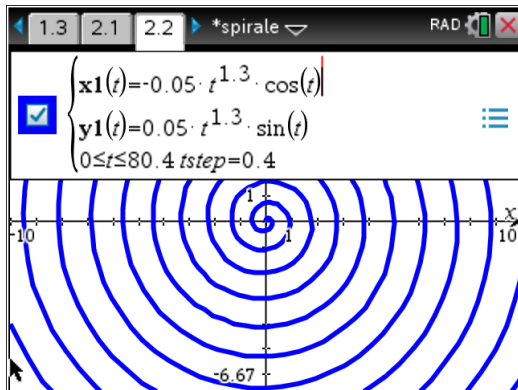
## 7. Spirale auf einer Kugel

Stelle die Spirale auf der Kugel dar mit Hilfe der 3D-Grafik des NSPIRE

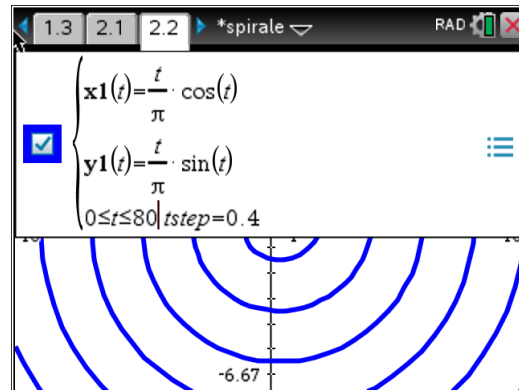


## Lösungen 3) bis 7)

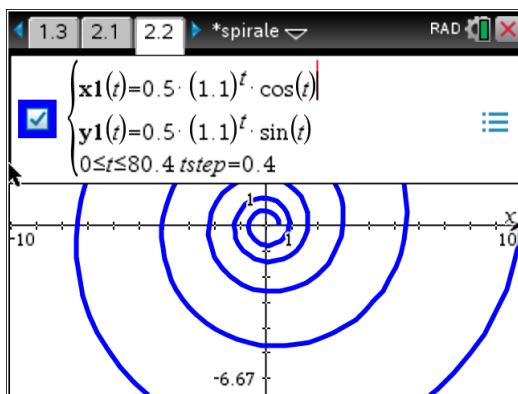
3) a)



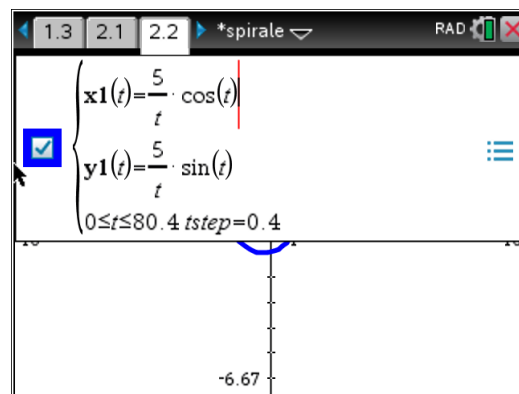
b)



c)

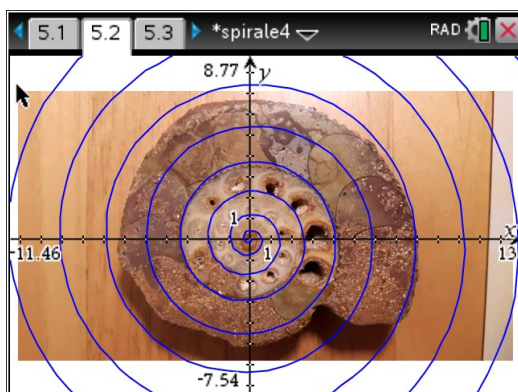


d)

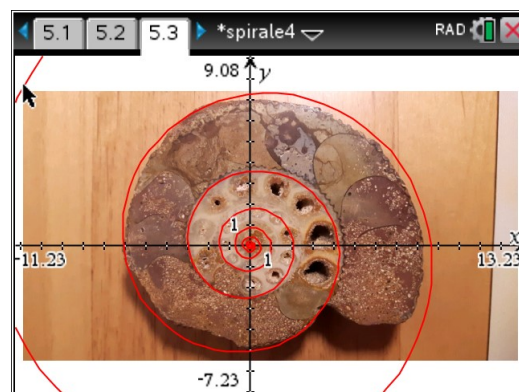


4) Man sieht weiter außen, dass die Exponentialfunktion das bessere Modell ist.

a)



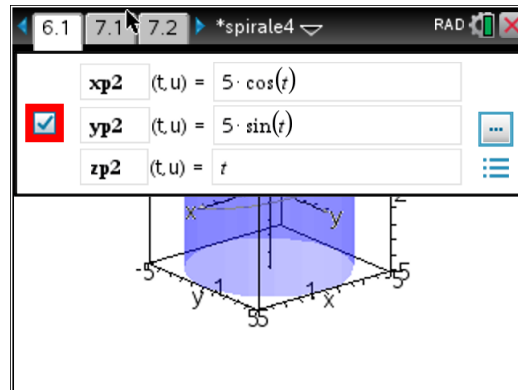
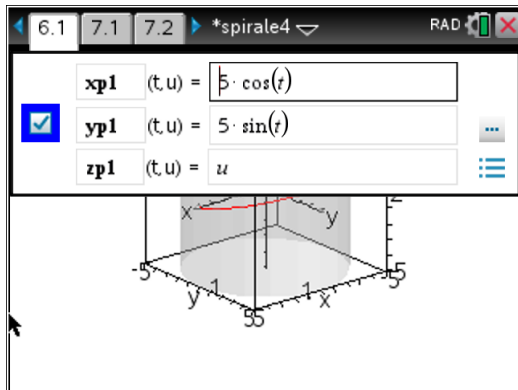
b)



## 5) Drehzylinder

„Hülle“ Kreiszylinder (Parameter t und u)

Spirallinie (Parameter t)

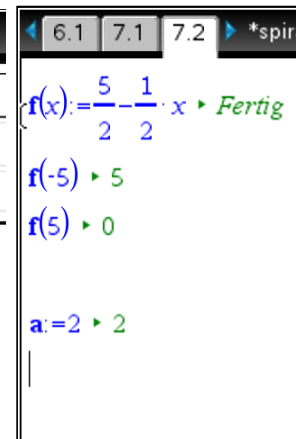
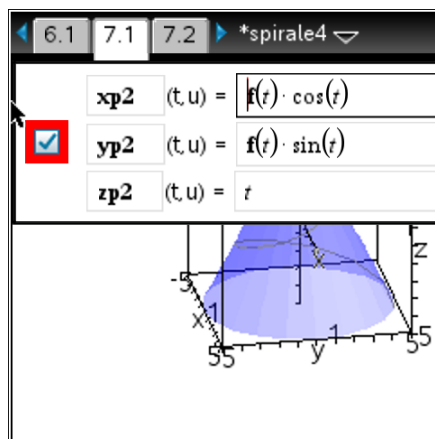
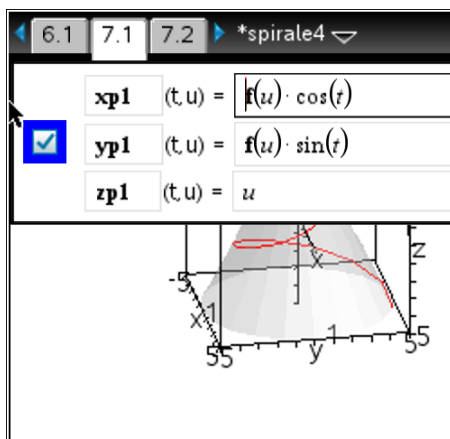


## 6) Kreiskegel

„Hülle Kreiskegel“

Linie

Funktion f(x)

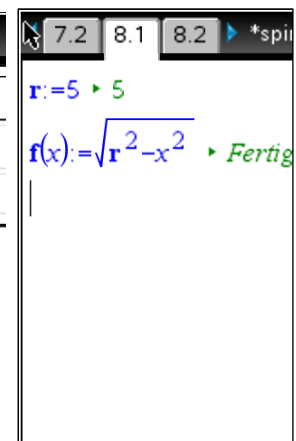
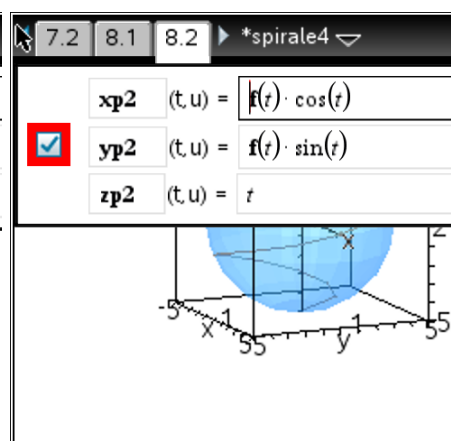
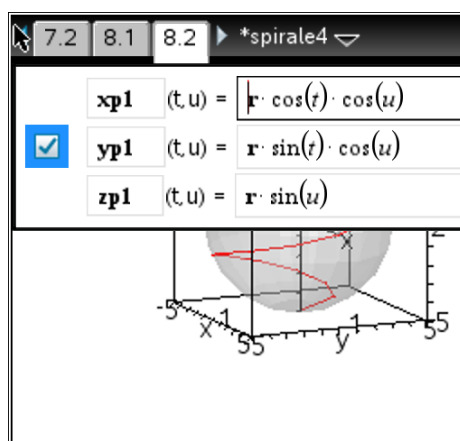


## 7) Kugel

Hülle Kugel

Spirale

Radius in Abh. von x



## Technologiehilfe

Wesentlich ist die Möglichkeit der parametrischen Darstellung mit TI-Nspire.

Es gibt mehrere Möglichkeiten der Tätigkeiten mit den Inhalten dieser Aufgabe.

Verwendung der fertigen Datei. Es können alle Beispiele in TI-Nspire verwendet werden. Man kann damit experimentieren, Parameter verändern, die Parameterdarstellungen nachvollziehen. Man kann sich damit im Minimum auf die Aufgaben 1) und 2) beschränken.

Genauso möglich ist der selbsttätige Aufbau der einzelnen Beispiele. In den Aufgaben 3) und 4) sind nur die Bilder angegeben. Die Parameterdarstellung sollte selbst erarbeitet werden.

Als Ergänzung sind die räumlichen Spiralen gedacht. Verschiedene Angaben könnten zu interessanten Ergebnissen führen.