Thema: Waagrechter Wurf I

Christian Zöpfl

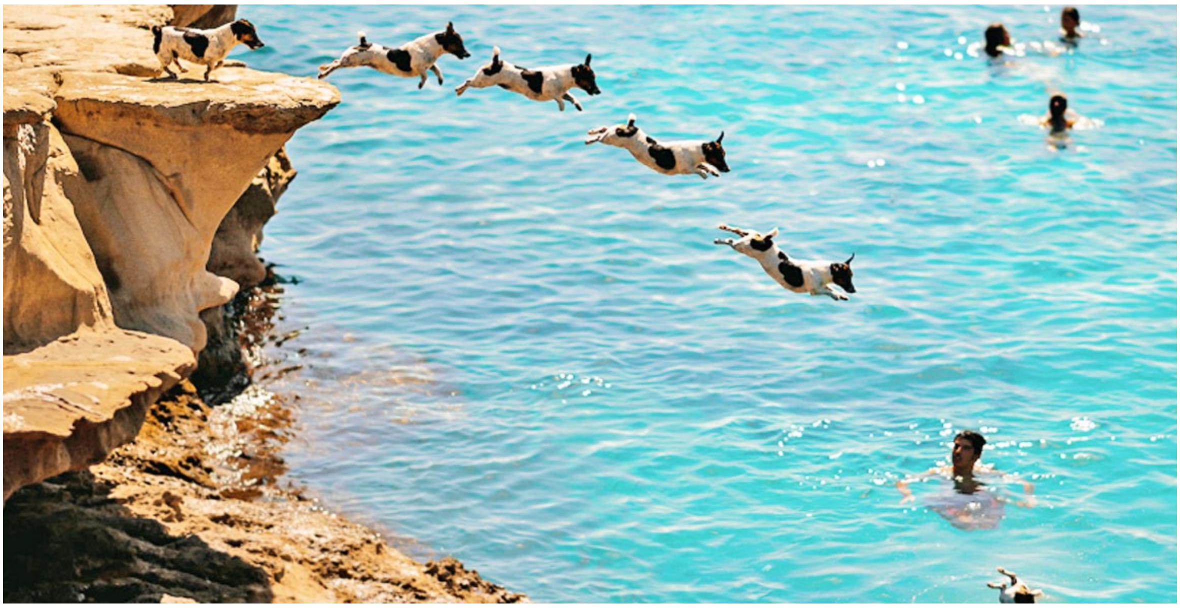
☒ TI-Nspire™ CAS

Schlagworte: Funktion in Parameterdarstellung, Überlagerung von Bewegungen, Wurfbewegung

Unterrichtsmaterial

Aufgabe/Arbeitsauftrag:

Beim Klippenspringen führt der Springer im Idealfall eine waagrechte Wurfbewegung aus. Das bedeutet, er hat im Absprungpunkt eine horizontale Anfangsgeschwindigkeit aber keine vertikale Geschwindigkeit. Dies entspricht einem Hinweglaufen über die Klippe.



© Derek Wells

Nimm an, die Klippe hat eine Höhe von 10 Meter, der Springer eine Anfangsgeschwindigkeit in x–Richtung $v_{x0} = 1\ m \cdot s^{-1}$ und verwende für die Fallbeschleunigung $g = 10\ m \cdot s^{-2}$.

Bei Vernachlässigung des Luftwiderstandes gelten folgende Gleichungen:
$s = s_0 + v_0 \cdot t$ für Bewegungen mit konstanter Geschwindigkeit

$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ für beschleunigte Bewegungsvorgänge

Stelle die Flugbahn für diesen Sprung graphisch dar und bestimme den horizontalen Abstand der Aufprallstelle auf der Wasseroberfläche vom Rand der Klippe.

Didaktischer Kommentar

Ziel des vorliegenden Beispiels ist es, die Schülerinnen und Schüler selbst auf die Beschreibung der Problemstellung durch eine Funktion in Parameterdarstellung kommen zu lassen. Die Bedeutung des Parameters als Platzhalter für den zeitlichen Ablauf lässt sich in dieser Aufgabe besonders einfach erkennen.
Um physikalische Schwierigkeiten zu vermeiden, wurden die nötigen Grundformeln für die beiden sich überlagernden Bewegungen angegeben.
Im Anschluss an diesen Prozess soll die Funktion durch Technologieeinsatz dargestellt und eine Nullstelle bestimmt werden.

Vorschlag zur Umsetzung:

Die Schülerinnen und Schüler sollen zunächst die Möglichkeit der Beschreibung durch eine Funktion in Parameterdarstellung erkennen und die beiden Bewegungsgleichungen aufstellen.

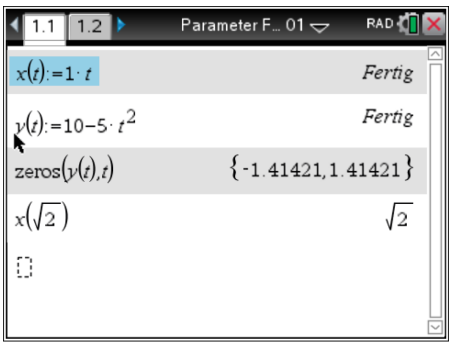
Für die Bewegung in x–Richtung gilt die Formel $s_x(t) = v_{x0} \cdot t$. Es handelt sich um eine gleichförmige Bewegung mit $v_{x0} = 1\ m \cdot s^{-1}$, wobei die Variable t der Zeit in Sekunden ab dem Absprung entspricht und der Anfangsort $s_{x0} = 0$ ist.

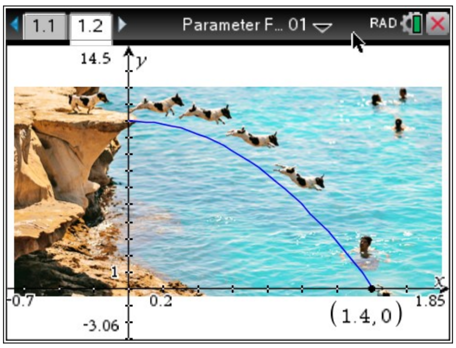
Für die Bewegung in y–Richtung gilt die Formel $s_y(t) = s_{y0} + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$. Es handelt sich um eine gleichmäßig beschleunigte Bewegung mit $a = g = 10\ m \cdot s^{-2}$. Der Anfangsort s_{y0} entspricht der Höhe der Klippe, also 10 m.

Für den Ort des Springers zum Zeitpunkt t gilt daher:

$$\text{Ort}(t) = \begin{cases} x(t) = 1 \cdot t \\ y(t) = 10 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot t^2 \end{cases}$$ wobei der Parameter t größer sein muss als 0.

Da ab dem Aufprall auf der Wasseroberfläche die angegebenen Formeln nicht mehr angewendet werden können (Auftrieb im Wasser und Reibung dürfen nicht vernachlässigt werden), muss auch ein Maximalwert für t bestimmt werden. Dieser lässt sich einfach über die Nullstelle der Teilfunktion y(t) bestimmen und beträgt für dieses Beispiel $t_{max} = 1{,}414$ sec.





Ergänzend zu diesem Beispiel zeigt das folgende Diagramm (mit *Zoom-quadrat* erstellt) eine Darstellung unter der geometrischen Voraussetzung der gleichen Längenverzerrung in x- und y-Richtung.

Die Berechnung wurde hier mit NOTES gemacht, damit man leicht experimentieren kann. v_0 gibt die Absprunggeschwindigkeit in x-Richtung an. Gehe die Aufgabe durch und erkläre die Berechnungen und graphischen Darstellungen.