

Afstand punt tot lijn

Bij het bepalen van de afstand van een punt P tot een rechte lijn L volg je een vaste procedure die bestaat uit:

- Maak een lijn loodrecht op L door P , lijn G .
- Bepaal snijpunt S van de lijnen L en G .
- Gebruik de coördinaten van de punten P en S om de afstand te berekenen via de stelling van Pythagoras.

Voorbeeld:

Bepaal de afstand van punt $P(4, -2)$ tot
lijn $L: y = \frac{1}{2}x + 1$

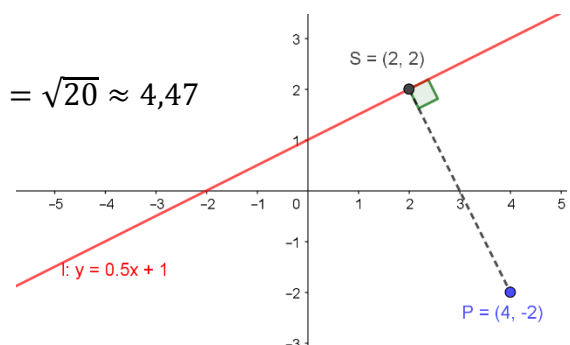
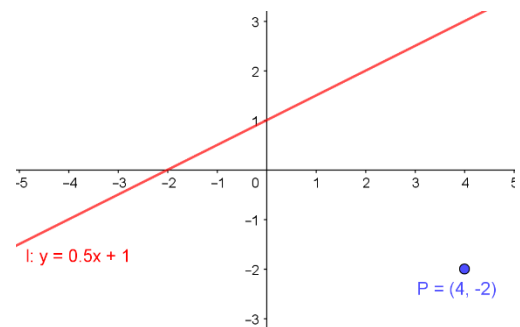
Loodrecht op $L: rc = -2$
 $y = -2x + b$ door $(4, -2)$ geeft:

$$G : y = -2x + 6$$

Bepaal nu snijpunt S via:

$$\frac{1}{2}x + 1 = -2x + 6 \quad \Rightarrow \quad \text{Hieruit volgt: } S = (2, 2)$$

$$\text{De afstand is nu: } d(P, S) = \sqrt{(4 - 2)^2 + (-2 - 2)^2} = \sqrt{20} \approx 4,47$$



Ongeacht de formule van de lijn en coördinaten van punt P volg je telkens dezelfde procedure.

We doorlopen dezelfde procedure nog eens maar nu met letters in plaats van getallen.

Algemeen voorbeeld:

$L: y = ax + b$ en punt $P(S, T)$

\perp op L dan $rc = -\frac{1}{a}$ geeft: $G: y = -\frac{1}{a}x + c$ door $P(S, T)$

$$T = -\frac{1}{a}S + c \Rightarrow c = T + \frac{S}{a}$$

$$G: y = -\frac{1}{a}x + T + \frac{S}{a}$$

Snijden van lijnen L en G geeft:

$$ax + b = -\frac{1}{a}x + T + \frac{S}{a}$$

$$x\left(a + \frac{1}{a}\right) = T + \frac{S}{a} - b$$

$$x\left(\frac{a^2+1}{a}\right) = \left(\frac{aT+S-ab}{a}\right)$$

$$x_Q = \left(\frac{aT+S-ab}{a^2+1}\right) \quad ; \text{noem dit vanaf nu } K$$

$$y_Q = a\left(\frac{aT+S-ab}{a^2+1}\right) + b \quad ; \text{noem dit vanaf nu } L$$

Dus: $Q(K, L)$ en $P(S, T)$

$$\text{Afstand dan: } d(P, Q) = \sqrt{(S - K)^2 + (T - L)^2}$$

We gaan de algemene aanpak gebruiken om een programma te maken voor de grafische rekenmachine.

Opmerking:

Je kan de afstand ook bepalen via de formules:

$L: ax + by + c = 0$ en $P(S, T)$

$$d(P, L) = \frac{|aS+bT+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

Dit gaat sneller, maar op deze manier krijg je niet de coördinaten van punt S naar voren. Omdat we die coördinaten meestal wel willen weten is er door de auteur voor gekozen deze snelle manier niet als basis voor het programma te kiezen.

Programma AFPTLIJN

Disp "BEPAAAL DE AFSTAND TUSSEN"

Disp "PUNT P EN LIJN L."

Disp "LIJN Y=AX+B"

Gegevens van de lijn geef je hier in.

Disp "HELLING A:"

Prompt A

Disp "STARTGETAL B:"

Prompt B

Disp "PUNT P (S,T)"

Gegevens van punt P geef je hier in.

Disp "X-WAARDE S:"

Prompt S

Disp "Y-WAARDE T:"

Prompt T

If A=0

Als helling=0, dan lijn van type $y = b$.

Then

In dat geval bereken je de afstand snel via:

abs(T-B)→C

afstand = $|(y_p - \text{startwaarde lijn})|$.

S→K

Bepaal coördinaten van punt S.

B→L

Goto E

Stop

Else

(A*T+S-A*B)/(A²+1)→K

Bepaal x_S .

A(A*T+S-A*B)/(A²+1)+B→L

Bepaal y_S .

(S-K)²+(T-L)²→M

Stelling van Pythagoras.

√(M)→N

Bepaal wortel uit M voor de afstand.

Goto E

Lbl E

Disp "LOODRECHTE PROJECTIE"

Stukje tekst met coördinaten van punt S.

Disp "VAN P OP LIJN IS S"

Disp "XS=",K

Disp "YS=",L

Pause

If A=0 and C=0

Als afstand=0 dan melden dat punt op lijn ligt.

Then

Disp "AFSTAND=",C

Disp "PUNT LIGT OP LIJN"

Pause

Goto P

Else

Afstand is ongelijk aan 0, dan andere tekst.

If A=0

Then

Disp "AFSTAND=",C

Pause

Goto P

Else

Lineair verband/Afstanden

```

If M=0
Then
Disp "AFSTAND=√(",M
Disp "=",N
Disp "PUNT LIGT OP LIJN"
Pause
Goto P
Else
Disp "AFSTAND=√(",M
Disp "=",N
Pause
Goto P
Lbl P
PlotsOff
FnOff
AxesOn
Full
{S,K}→L1
{T,L}→L2
min(L1)-5→Xmin
max(L1)+5→Xmax
min(L2)-5→Ymin
max(L2)+5→Ymax
ZSquare
"AX+B"→Y1
Plot2(xyLine,L1,L2)
DispGraph
If A≠0
Then
Text(125,2,"AFST=√(",M)
Text(140,2,"=",N)
Else
Text(140,2,"AFST=",C)
Stop

```

Als afstand=0 dan melden dat punt op lijn ligt.

Afstand is ongelijk aan 0, dan andere tekst.

Hier start van plot programma.

Alle plots uit.

Alle functies uit.

Zet assen aan.

Plot op volledige weergave.

Zet x_p en x_s in lijst 1.

Zet y_p en y_s in lijst 2.

Zet x-window automatisch goed.

Zet y-window automatisch goed.

Zo staan lijn en lijnstuk loodrecht op elkaar.

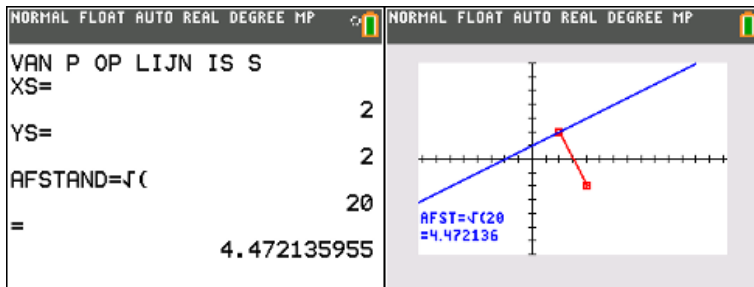
Zet lijn in grafiekscherm.

Plot lijnstuk PS.

Zet tekst in plot.

VB1:

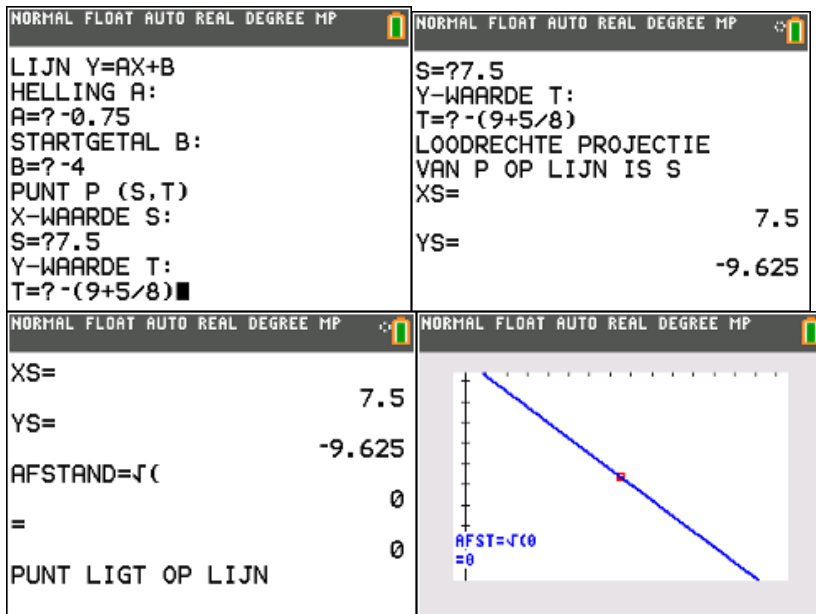
Bepaal de afstand van punt $P(4, -2)$ tot lijn $L: y = \frac{1}{2}x + 1$



$$d(P, L) = \sqrt{20}$$

VB2:

Bepaal de afstand van punt $P(7\frac{1}{2}, -9\frac{5}{8})$ tot lijn $L: y = -\frac{3}{4}x - 4$

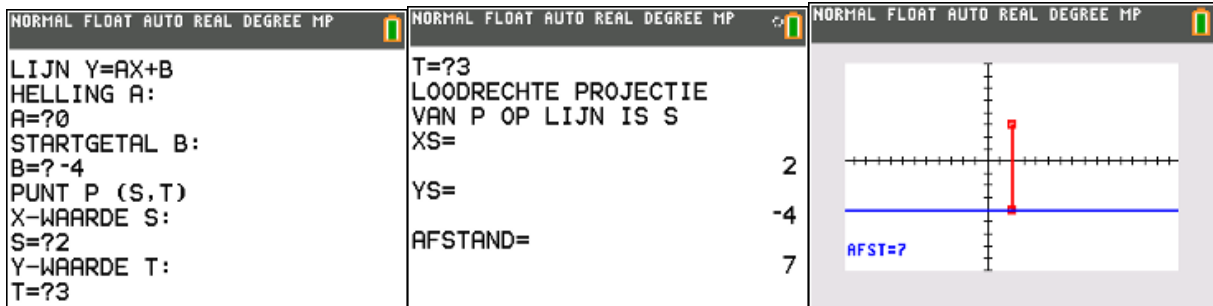


In dit voorbeeld ligt het punt P op de gegeven lijn L . Dat wordt ook gemeld in het scherm. Je ziet in de plot het punt op de lijn liggen.

(Let op hoe je $-9\frac{5}{8}$ ook kan invoeren . Zie eerste screenshot)

VB3:

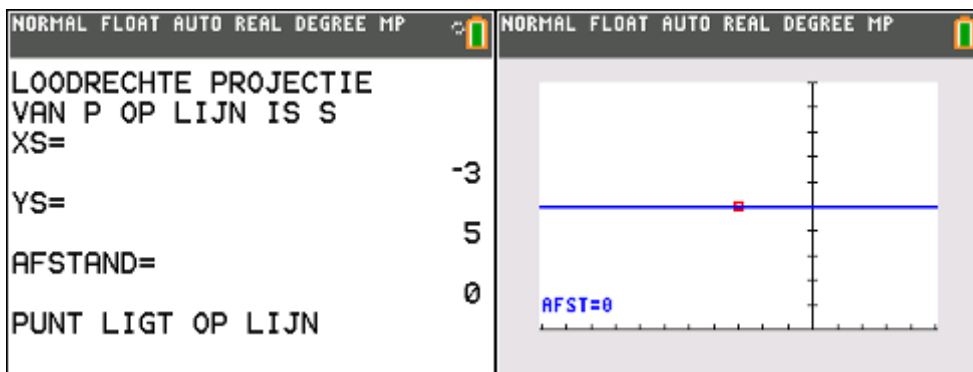
Bepaal de afstand van punt $P (2,3)$ tot lijn $L: y = -4$



In dit geval voer je bij A de waarde 0 in.

VB4:

Bepaal de afstand van punt $P (-3,5)$ tot lijn $L: y = 5$



Afstand is 0 dus punt op lijn. Wordt gemeld in het scherm en je ziet het punt op de lijn liggen in de plot.