

Énoncé

Suite à un incident nucléaire, des traces de contamination ont été découvertes. Le tableau ci-dessous donne les résultats fournis, heure par heure, par un appareil de mesure de la radioactivité. Les nombres entiers N_i représentent le nombre de particules recueillies par l'appareil en une seconde.

| | | | | | | | |
|-------------------|-----|-----|----|----|----|----|---|
| t_i en heure | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| N_i | 170 | 102 | 63 | 39 | 24 | 16 | 9 |
| $z_i = \log(N_i)$ | | | | | | | |

On pose $z_i = \log(N_i)$ pour i entier variant de 0 à 6.

1. Compléter le tableau ci-dessus donnant les valeurs de z_i arrondies au centième.
2. Représenter graphiquement le nuage de points de coordonnées (t_i, z_i) .
3. Donner l'équation de la droite de régression linéaire de z en t (arrondir les coefficients à 10^{-3} près) et représenter graphiquement la droite de régression.

Dans la suite, on prendra pour équation de la droite de régression linéaire : $z = -0,21t + 2,2$.

4. En déduire une expression de N en fonction de t .
5. Lorsque le nombre de particules recueillies est inférieur ou égal à 3, le voyant vert d'un appareil s'allume. Déterminer, par le calcul, le nombre d'heures nécessaires pour voir le voyant vert s'allumer.



1. Compléter un tableau

Pour entrer les données dans les listes de la calculatrice, on appuie sur **stats** **Modifier...**

On entre les valeurs t_i dans la liste L_1 et les valeurs de N_i dans la liste L_2 .

Pour calculer automatiquement toutes les valeurs $z_i = \log(N_i)$ on place le curseur sur le nom de la liste L_3 et on entre **log(L2)** et on appuie sur **entrer**.

Pour obtenir les valeurs avec 2 décimales de précision on se place à nouveau le curseur sur L_3 et dans **MATHS** onglet **NBRE**, choisir **arrondir** et écrire **arrondir(L3,2)** pour obtenir deux décimales de précision.

| L1 | L2 | L3 | L4 | L5 | 3 |
|----|-----|--------|-------|-------|---|
| 0 | 170 | 2.2304 | ----- | ----- | |
| 1 | 102 | 2.0086 | ----- | ----- | |
| 2 | 63 | 1.7993 | ----- | ----- | |
| 3 | 39 | 1.5911 | ----- | ----- | |
| 4 | 24 | 1.3802 | ----- | ----- | |
| 5 | 16 | 1.2041 | ----- | ----- | |
| 6 | 9 | 0.9542 | ----- | ----- | |

$L_3(1)=2.2304489213783$

| L1 | L2 | L3 | L4 | L5 | 3 |
|----|-----|--------|-------|-------|---|
| 0 | 170 | 2.2304 | ----- | ----- | |
| 1 | 102 | 2.0086 | ----- | ----- | |
| 2 | 63 | 1.7993 | ----- | ----- | |
| 3 | 39 | 1.5911 | ----- | ----- | |
| 4 | 24 | 1.3802 | ----- | ----- | |
| 5 | 16 | 1.2041 | ----- | ----- | |
| 6 | 9 | 0.9542 | ----- | ----- | |

$L_3=\text{arrondir}(L_3,2)$

| L1 | L2 | L3 | L4 | L5 | 3 |
|----|-----|-------|-------|-------|---|
| 0 | 170 | ----- | ----- | ----- | |
| 1 | 102 | ----- | ----- | ----- | |
| 2 | 63 | ----- | ----- | ----- | |
| 3 | 39 | ----- | ----- | ----- | |
| 4 | 24 | ----- | ----- | ----- | |
| 5 | 16 | ----- | ----- | ----- | |
| 6 | 9 | ----- | ----- | ----- | |

$L_3=\log(L_2)$

| L1 | L2 | L3 | L4 | L5 | 3 |
|----|-----|------|-------|-------|---|
| 0 | 170 | 2.23 | ----- | ----- | |
| 1 | 102 | 2.01 | ----- | ----- | |
| 2 | 63 | 1.8 | ----- | ----- | |
| 3 | 39 | 1.59 | ----- | ----- | |
| 4 | 24 | 1.38 | ----- | ----- | |
| 5 | 16 | 1.2 | ----- | ----- | |
| 6 | 9 | 0.95 | ----- | ----- | |

$L_3(1)=2.23$

2. Nuage de points (t_i, z_i)

Pour représenter graphiquement ce nuage de points, on définit le graphique en appuyant sur **2nde** **graph**. On fera bien attention d'indiquer que les valeurs des abscisses sont dans L_1 et les valeurs de ordonnées dans L_3 .

Pensez à ajuster la fenêtre automatiquement en appuyant sur **zoom**.

3. Droite d'ajustement

Pour afficher l'équation de la droite de régression, on appuie sur **stats** et dans l'onglet **CALC** on sélectionne **4 : RégLin(ax+b)** :

Xliste doit contenir la liste des abscisses : L_1 (appuyer sur **2nde** **1**).

Yliste doit contenir la liste des ordonnées : L_3 (appuyer sur **2nde** **3**).

Afin d'afficher graphiquement la droite de régression il faut enregistrer l'expression dans Y_1 . Pour cela, dans **Enr régEQ** on entre Y_1 (accessible dans **var** onglet **VAR Y** et **Fonction**, puis choisir Y_1) et on termine en sélectionnant **Calculer** et en appuyant sur **entrer**.

RégLin(ax+b)

Xliste:L1
Yliste:L3
ListeFréq:
Enr régEQ:Y1
Calculer

RégLin

$y=ax+b$
 $a=-0.21$
 $b=2.224285714$
 $r^2=0.9992139092$
 $r=-0.9996068773$

On trouve comme équation : $z = -0,21t + 2,2$ Pour afficher le graphique on appuie sur **graphe**.

4. Exprimer N en fonction de t

On a vu que $z = -0,21t + 2,2$ or $z = \log(N)$ cela nous donne $\log(N) = -0,21t + 2,2$ et donc $N = 10^{-0,21t+2,2}$.

5. Moment où le voyant vert s'allume.

Le voyant vert s'allume lorsque $N \leq 3$ soit avec le modèle $10^{-0,21t+2,2} \leq 3$

d'où $-0,21t + 2,2 \leq \log(3)$ et donc $t \geq \frac{2,2-\log(3)}{0,21}$

On trouve $\frac{2,2-\log(3)}{0,21} \approx 8,2$. Ainsi à partir de la 9^{ème} heure le voyant vert s'allumera.

