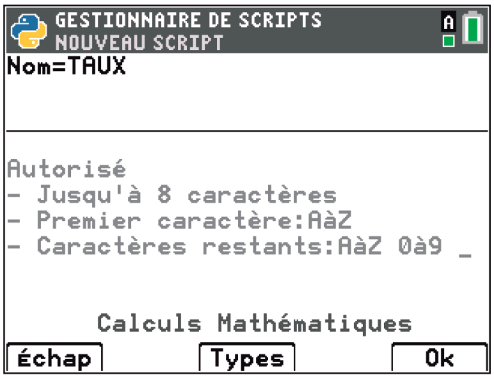
Taux de variation d'une fonction

Enoncé

On veut étudier des taux de variation du trinôme du 2nd degré, défini sur $\mathbb{R}$: $f(x) = -2x^2 + 6x - 1$

1. A l'aide du langage Python, définir **`fonction1`** qui renvoie l'image par f d'un réel x passé en paramètre. Et donner les images de 0, 1, 2 et 3 par la fonction f.
2. Dans le même script Python, définir la fonction **`taux1`**, qui renvoie le taux de variation de la fonction f entre les valeurs **a** et **b** distinctes passées en paramètres. Quel est le taux de variation de la fonction f entre 0 et 1 ? 1 et 2 ? 2 et 3 ?
3. En modifiant le script précédent, étudier les taux de variation de la fonction, définie sur $\mathbb{R}$: $f(x) = 2x^2 - 3x - 1$, entre 2 et 3 puis 3 et 2. Est-ce cohérent ?



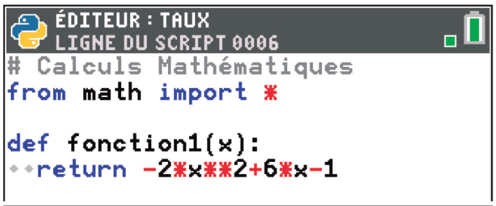
1. Définition de `fonction1`

Nous commencons par créer un nouveau script Python appelé **`Taux`**, de type Calculs Mathématiques (la librairie **`math`** est ainsi déjà importée si nécessaire).

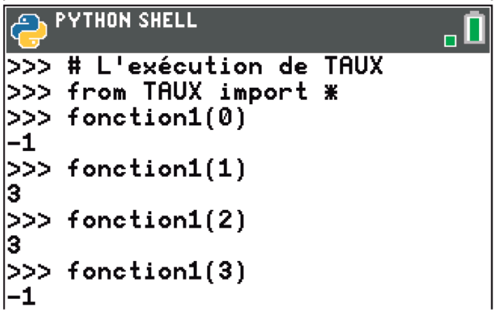
A l'aide de la touche f(x) nous sélectionnons dans l'onglet **`fonc`** l'instruction **`def fonction() :`** et complétons avec le nom imposé par l'énoncé **`fonction1`**.

Puis nous sélectionnons l'instruction **`return`** toujours dans le menu **`fonc`** et complétons avec l'instruction $-2 * x ** 2 + 6 * x - 1$

Nous obtenons le script ci-contre.



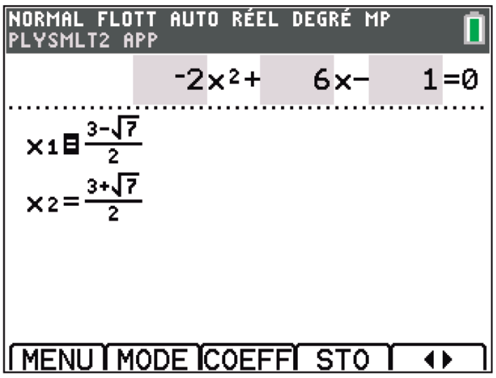
Nous l'exécutons pour le tester à l'aide des commandes **`fonction1(0)`**, **`fonction1(1)`**, **`fonction1(2)`** et **`fonction1(3)`**.



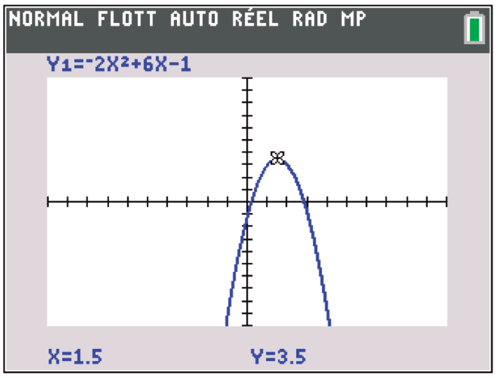
Nous obtenons bien que $f(0) = -1$, $f(1) = 3$, $f(2) = 3$ et $f(3) = -1$

D'après les propriétes de la fonction f, polynome de degré 2, on sait qu'elle possède un axe de symétrie.

Les manipulations réalisées permettent de se convaincre que celui-ci a pour équation $x = \frac{3}{2}$.

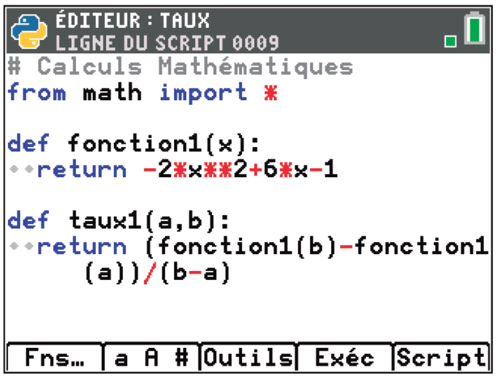


Pour le vérifier, vous pouvez réaliser la moyenne de ses deux racines obtenues à l'aide de l'application **`PLYSMLT2`** de la calculatrice ou bien représenter la fonction.



Taux de variation d'une fonction

2. Définition de **`taux1`**



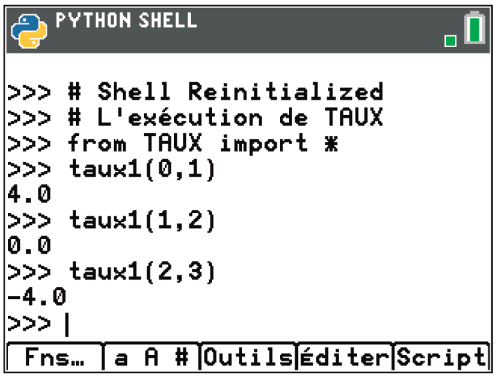
Nous éditons notre script Python précédent et le complétons avec la fonction **`taux1`** de paramètres **`a`** et **`b`** **`distincts`**, des nombres réels. Elle renvoie le quotient $\frac{fonction1(b)-fonction1(a)}{b-a}$. Ce qui donne le script ci-contre.

Nous testons ensuite la fonction **`taux1`** en lancant la console Python. En appuyant sur la touche var, il est possible de sélectionner directement la fonction définie dans le script et que nous souhaitons utiliser.

On complète pour saisir les commandes **`taux1(0,1)`** puis **`taux1(1,2)`** et enfin **`taux1(2,3)`**

On obtient que :

- le taux de variation de f entre 0 et 1 vaut 4
- le taux de variation de f entre 1 et 2 vaut 0
- le taux de variation de f entre 2 et 3 vaut -4



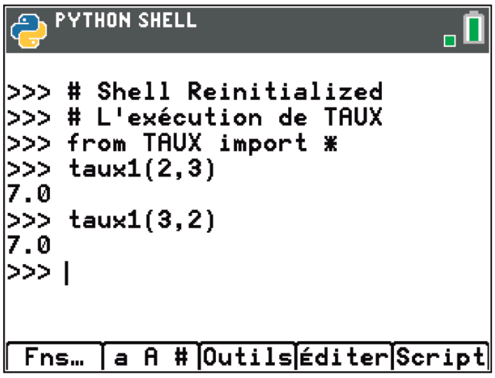
Les résultats sont corrects puisque l'image de 0 par la fonction f vaut -1, l'image de 1 par la fonction f vaut 3 et $\frac{f(1)-f(0)}{1-0} = \frac{3-(-1)}{1-0} = 4$.

La fonction f admet un axe de symétrie d'équation $x = \frac{3}{2}$.

Donc $f(1) = f(2)$ et donc le taux de variation entre ces deux valeurs est nul.

Enfin, toujours par des considérations de symétrie, si le taux de variation vaut 4 entre 0 et 1, il est normal qu'il vaille -4 entre 2 et 3.

3. **`taux1(a,b)`** et **`taux1(b,a)`**



Nous éditons notre script avec la nouvelle définition de f dans **`fonction1`** et exécutons en console les commandes **`taux1(2,3)`** puis **`taux1(3,2)`**.

Nous trouvons la même valeur 7, ce qui est normal puisqu'en réalité si on conserve le même ordre au numérateur et au dénominateur pour les valeurs **a** et **b**, les deux fractions auront même valeur, les signes s'inversant simulatément au numérateur et au dénominateur. $\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = \frac{f(a)-f(b)}{a-b}$