T³ ÖSTERREICH

Thema: Abstand windschiefer Geraden

Franz Schlöglhofer

☒ TI-Nspire™ CAS

Schlagworte: Gerade, Parameterdarstellung, Darstellung einer Geraden, Schnittpunkt, parallele Geraden, Skalarprodukt, Gleichungssystem, Betrag eines Vektors

Unterrichtsmaterial

Fortsetzung von Aufgabe **3d_4_Gerade_Gerade.tns**. Alle Berechnungen dieser Aufgabe werden auch jetzt durchgeführt. Wenn die Geraden windschief sind, so wird noch der Abstand der Geraden berechnet sowie die Endpunkte der verbindenden Strecke.

Arbeitsauftrag: Änderung der Geraden g und h. Untersucht wird die Lage der Geraden zueinander. Zusätzlich werden der Abstand und die Endpunkte der verbindenden Strecke berechnet.

Alternativ können die Abschnitte A und B verwendet werden.

Aufgabe: Führe entweder A oder B aus

A) Verwende die Datei *3d_6_Abstand_Gerade_Gerade.tns*. Im Fenster 1.1 kann man die Geraden **g** und **h** ändern (Punkte **pg** bzw. **ph** und Richtungsvektoren **rg** bzw. **rh**).

Gegeben sind die beiden Geraden g:X=(1;-3;4)+t.(1;-1;2) und h:X=(1;0;-2)+s.(-1;1;1). Zeige, dass die Geraden nicht parallel bzw. schneidend sondern windschief sind. Berechne ohne Rechner den Abstand der beiden Geraden. Die beiden Geraden wie auch die Berechnung sind auch in der NSPIRE-Datei enthalten. Beschreibe den Ablauf der Berechnung in der Datei.

Ändere eine Koordinate des Richtungsvektors von g, sodass die beiden Geraden parallel sind. Beschreibe wiederum die Berechnung mit TI-NSPIRE.

Ändere den Punkt von h so, dass die beiden Geraden schneidend sind. Gib den Schnittpunkt an. Zeige, dass der Abstand 0 ist.

B) Löse die folgenden Aufgaben unter der Voraussetzung, dass die Berechnungen bekannt sind. Gib Folgendes in TI-NSPIRE ein:

- Gib Parameterdarstellungen von g:X=(1;-3;4)+t.(1;-1;2) und h:X=(1;0;-2)+s.(-1;1;1) ein.
- Füge die Berechnung des Schnittpunkt der Geraden ein (falls er existiert)
- Führe die Untersuchung, ob die Geraden parallel sind, mit TI-NSPIRE durch.
- Berechne die Endpunkte der die Geraden verbindenden kürzesten Strecke und den Abstand der Geraden mit TI-NSPIRE
- Stelle die Geraden im 3D-Koordinatensystem dar.

✂---

Didaktischer Kommentar

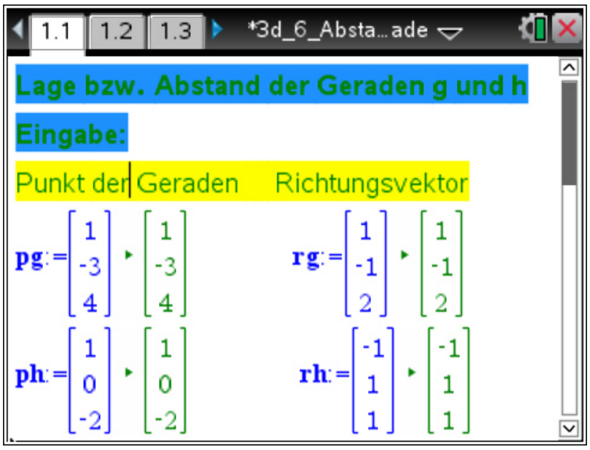
Zwei Geraden werden durch einen Punkt und Richtungsvektor festgelegt. Die Lage der Geraden zueinander wird untersucht. Zusätzlich wird der Abstand von Geraden berechnet. Die Berechnungen sollen nachvollzogen und interpretiert werden. Alternativ können die Berechnungen auch selbständig durchgeführt werden.

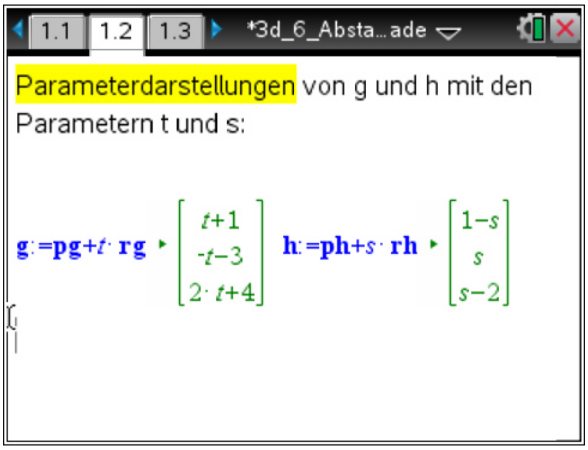
Eigene Beispiele von Geraden sollen eingegeben und untersucht werden.

Vorschlag zur Umsetzung

Eingabe wie im ersten Fenster oberhalb der strichlierten Linie (Geraden g und h, gegeben durch Punkt und Richtungsvektor). Die weiteren Berechnungen werden automatisch durchgeführt.

Im zweiten Fenster werden Parameterdarstellungen der Geraden berechnet.

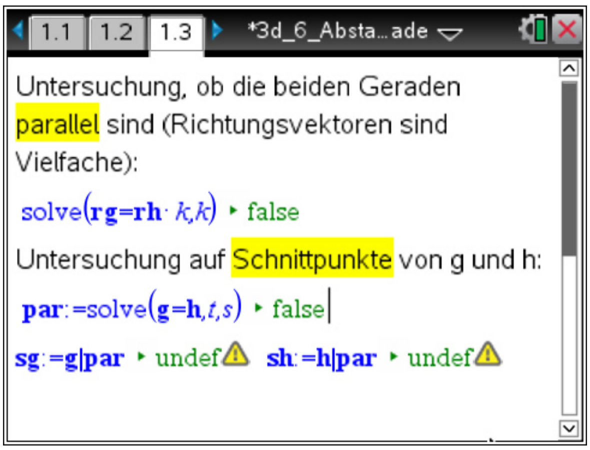




Untersuchung auf parallel: Die Richtungsvektoren müssen Vielfache voneinander sein.

Zur Berechnung des Schnittpunkts wird das Gleichunssystem g=h gelöst. Ausgegeben werden die jeweiligen Parameterwerte, wenn ein Schnittpunkt existiert.

Der Schnittpunkt kann mit g oder mit h berechnet werden.



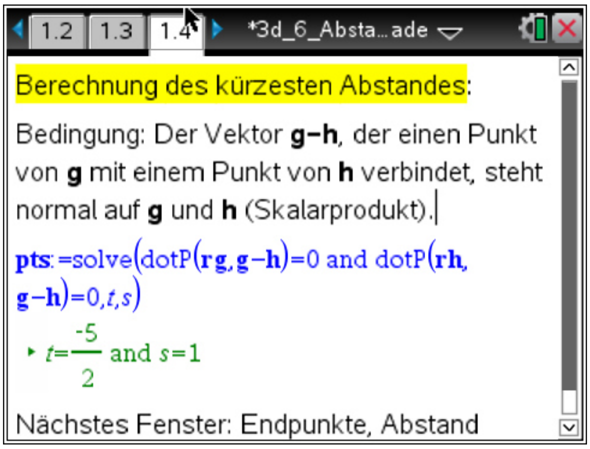
Berechnung der kürzesten Verbindungslinie:

Die Gleichungen ergeben sich durch das Skalarprodukt (Normalabstand).

Bedingungen:

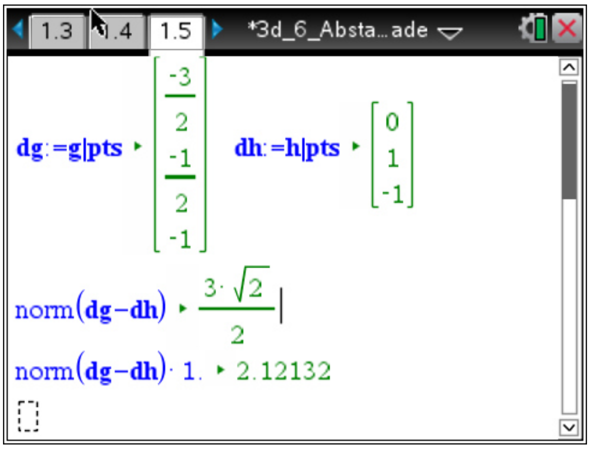
dotP(rg,g-h)=0 und **dotP(rh,g-h)=0**

Es ergeben sich die zugehörigen Paramenterwerte (gespeichert auf **pts**).

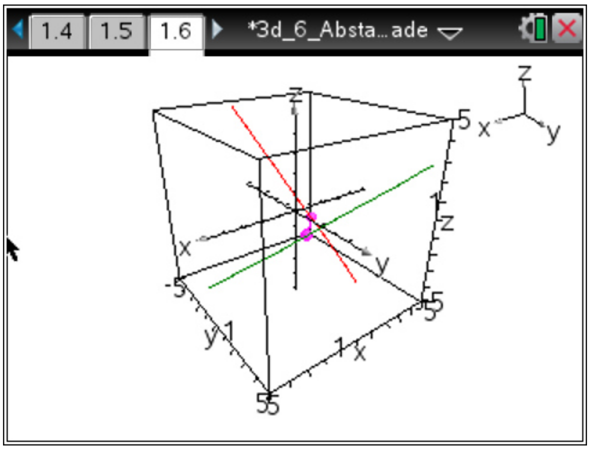


Berechnung der Endpunkte der Strecke (gespeichert unter **dg** und **dh**).

Berechnung des Abstandes (norm).



Im Fenster 1.5 werden die Geraden g und h dargestellt, der Schnittpunkt der Geraden, falls er existiert und die kürzeste Verbindungslinie zwischen den beiden Geraden..



Technologiehilfe

Verwendung einer fertigen Datei; Eingabe der Geraden g und h; Durchführung von Berechnungen und Darstellungen. Alternativ sollen die Berechnungen selbst eingegeben werden.