

Sensoren im Mathematikunterricht

Autoren:

Claude Blanc, Jürgen Enders, Sebastian Rauh, Dr. Markus Roth, Frank Ueckert,
Mirco Tewes, René Cerajewski



Teachers Teaching with Technology™



Autoren:

Claude Blanc, Jürgen Enders, Sebastian Rauh, Dr. Markus Roth, Frank Ueckert, Mirco Tewes, René Cerajewski

Dieses und weiteres Material steht Ihnen zum pdf-Download bereit: www.t3deutschland.de sowie unter www.ti-unterrichtsmaterialien.net

Dieses Werk wurde in der Absicht erarbeitet, Lehrerinnen und Lehrern geeignete Materialien für den Unterricht in die Hand zu geben. Die Anfertigung einer notwendigen Anzahl von Fotokopien für den Einsatz in der Klasse, einer Lehrerfortbildung oder einem Seminar ist daher gestattet. Hierbei ist auf das Copyright von T³-Deutschland hinzuweisen. Jede Verwertung in anderen als den genannten oder den gesetzlich zugelassenen Fällen ist ohne schriftliche Genehmigung von T³ nicht zulässig.

Vorwort

Oft genug werden bei Einführungen im Mathematikunterricht Beispiele aus der Praxis verwendet, die sich die Schülerinnen und Schüler lediglich vorstellen müssen. Nicht selten verwendet man dabei fiktive, nicht unbedingt realistische Daten. Speziell für die Darstellung funktionaler Zusammenhänge lassen sich aber Beispiele finden, deren praktische Durchführung ohne großen apparativen und zeitlichen Aufwand möglich ist. So kann eine bessere Anbindung des Mathematikunterrichtes an die Realität erzielt werden. Versuche unter Verwendung von Sensoren erweitern und vereinfachen dabei die experimentellen Möglichkeiten.

Bei der folgenden Zusammenstellung wurde darauf geachtet, dass die Versuche in jedem Klassenraum durchgeführt werden können, der über eine Projektionsvorrichtung verfügt, auf der die Schülerinnen und Schüler die Messungen verfolgen können. Die jeweils benötigten zusätzlichen Geräte werden in den Versuchsbeschreibungen aufgeführt, so dass eine Vorbereitung erleichtert wird. Die Arbeitsaufträge für die Schülerinnen und Schüler sind kurz und einfach, so dass auf Arbeitsblätter verzichtet werden kann. Die verwendeten Sensoren sind oft in den naturwissenschaftlichen Sammlungen vorhanden. Teilweise können sogar Sensoren aus dem Handy eingesetzt werden. Bei einem Teil der Versuche finden sich in anderen Publikationen der T³-Arbeitsgruppen der naturwissenschaftlichen Fächer weitergehende Beschreibungen, bei denen der Schwerpunkt auf den naturwissenschaftlichen Aspekten liegt.

Inhaltsverzeichnis

Proportionalität und lineare Funktionen	4
Zusammengesetzte lineare Funktionen	6
Motion Match (nur für TI-Nspire™)	8
Graphen nachlaufen	10
Bestimmte Integrale	12
Lineare und quadratische Funktionen.....	14
Indirekte Proportionalität	16
Potenzfunktionen mit negativen Exponenten.....	18
Exponentialfunktionen mit negativen Exponenten	20
Sinusfunktionen	22

Proportionalität und lineare Funktionen

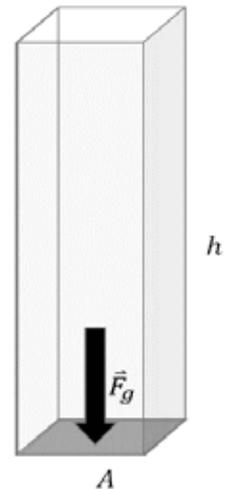
Inhalt	Der hydrostatische Druck
Mathematik	Proportionalität und lineare Funktionen
Physik	Hydrostatischer Druck
Biologie	Probleme und Vorgänge im Körper beim Tauchen, Tiefseetiere
Technik	Wasserversorgung und Leitungsdruck

Grundlagen des Kontextes

Der hydrostatische Druck p ist proportional zur Höhe h der Wassersäule. Verdoppelt man die Höhe, verdoppelt sich auch der Druck.

$$p = \frac{F_g}{A} = \rho g h,$$

wobei F_g die Gewichtskraft, A der Flächeninhalt (siehe Abbildung), ρ die Dichte des Wassers und g die Erdbeschleunigung sind.



Mögliche Problemfragen oder Einstiege in den Unterricht

Enger geführte Aufgabe:

Untersuche experimentell den Zusammenhang zwischen Druck und Wassertiefe.

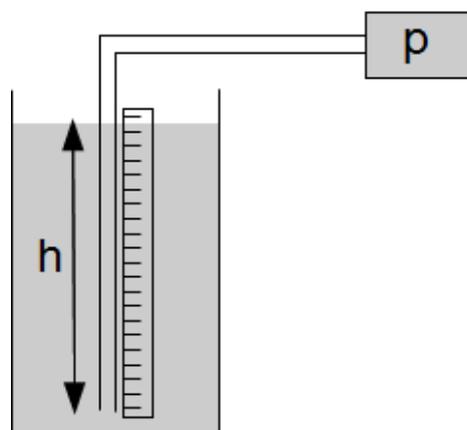
Offenere Aufgabe:

Überlege, wo du selbst schon einmal den Druck des Wassers erfahren hast. Warum gibt es Wassertürme bzw. Wasserhochbehälter?

Material

- Drucksensor mit Messwertaufbereitung
- leere große Plastikflasche
- Maßstab
- Aquarienschlauch

Versuchsaufbau



Versuchsdurchführung

Die erste Messung macht man außerhalb des Wassers, um den aktuellen Luftdruck zu ermitteln. Dieser Wert muss von allen weiteren Messwerten subtrahiert werden, da nur der hydrostatische Druck gemessen werden soll. Alternativ lässt sich das auch über die Nullpunkteinstellung des Sensors bewirken. Anschließend taucht man den Schlauch ein und misst für verschiedene Eintauchtiefen den Druck.

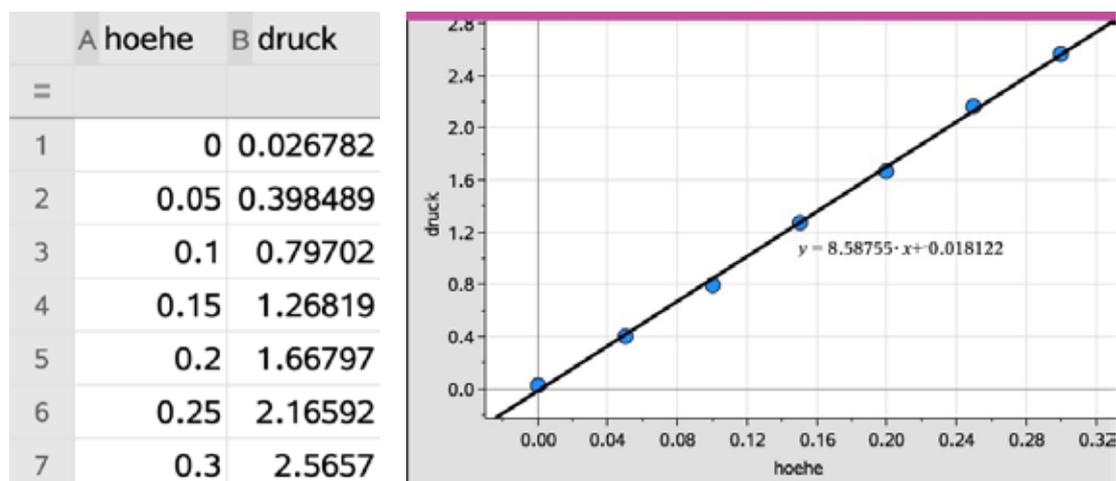
Tipps und Tricks

Um einen besseren Zugang zu haben, kann man auch den oberen Teil der Flasche abtrennen. Die Messung der Wassertiefe in der Flasche wird einfacher, wenn man den Schlauch mit Klebeband an einem dünnen Stab (z. B. eine Stützhilfe von Blumen) oder direkt am Maßstab befestigt.

Auswertung

Beispielmessung mit TI-Nspire™ und dem Drucksensor von Vernier:

Die Messwerte der Tabelle werden als Punktdiagramm dargestellt. Führt man nun eine lineare Regression durch, so erhält man das Bild unten rechts.



Der lineare Zusammenhang zwischen Druck und Wassertiefe ist deutlich. Die Steigung der Geraden müsste eigentlich 9,81 kPa/m betragen.

Zusammengesetzte lineare Funktionen

Inhalt	Füllvorgänge
Mathematik	Zusammengesetzte lineare Funktionen
Physik	Bestimmung von Volumina, Auftrieb

Grundlagen des Kontextes

Lineare Funktionen bilden als einfachster Funktionentyp die Basis zum Verständnis aller Funktionstypen. An zusammengesetzten linearen Funktionen lassen sich gut die Begriffe Stetigkeit und Differenzierbarkeit erläutern.

Es gibt viele Beispiele für die Illustration linearer Funktionen wie z. B. das Abbrennen einer Kerze. Im vorliegenden Beispiel wird ein großer Messbecher portionsweise mit Wasser gefüllt und der Anstieg des Wasserspiegels beobachtet. Eine zusammengesetzte Funktion erhält man, indem man ein Objekt in das Gefäß legt und dann das Wasser portionsweise einfüllt (siehe Versuchsaufbau).

Mögliche Problemfragen oder Einstiege in den Unterricht

Enger geführte Aufgabe:

Untersuche experimentell den Zusammenhang zwischen dem Anstieg des Wasserspiegels und der Anzahl der Wasserportionen.

Offenere Aufgabe:

*Beschreibe für verschiedene Flaschen- und Gefäßtypen den Anstieg des Wasserspiegels. Plane ein passendes Experiment.
Wie kann man den zeitlichen Verlauf veranschaulichen?*

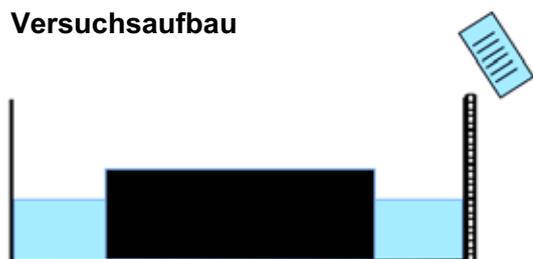
Projektvorschlag:

Die offene Aufgabenstellung eignet sich durchaus auch als Projekt.

Material

- großes Glasgefäß mit senkrechten Wänden
- großes, schweres Objekt
- Maßstab zur Füllhöhenmessung
- kleine Schöpfkelle bzw. Becherglas
- Vorratsgefäß für Schöpfwasser

Versuchsaufbau



Versuchsdurchführung

Das Objekt wird in das Gefäß gelegt. Dann wird portionsweise immer die gleiche Wassermenge eingefüllt und die Füllhöhe gemessen.

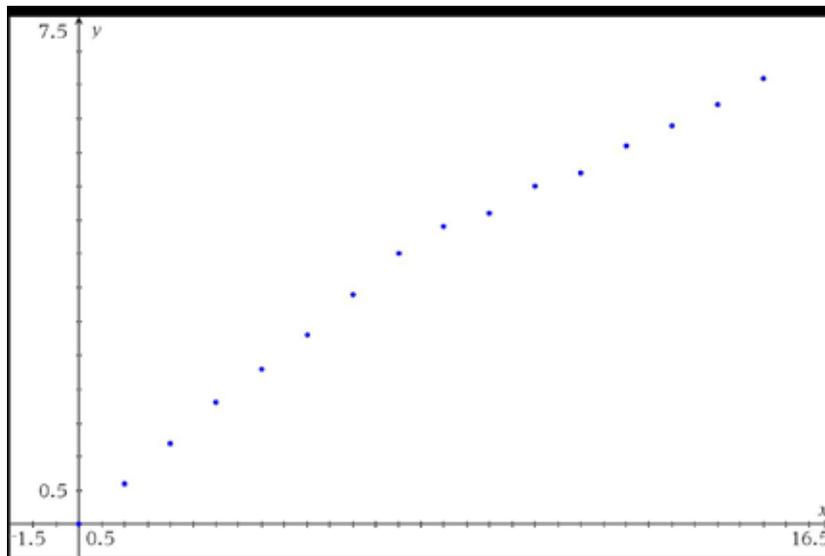
Tipps und Tricks

Die Objekte müssen zwar groß sein, dürfen aber nicht aus dem Gefäß herausragen. Sie sollten senkrechte Seitenwände verwenden, damit sich zusammengesetzte lineare

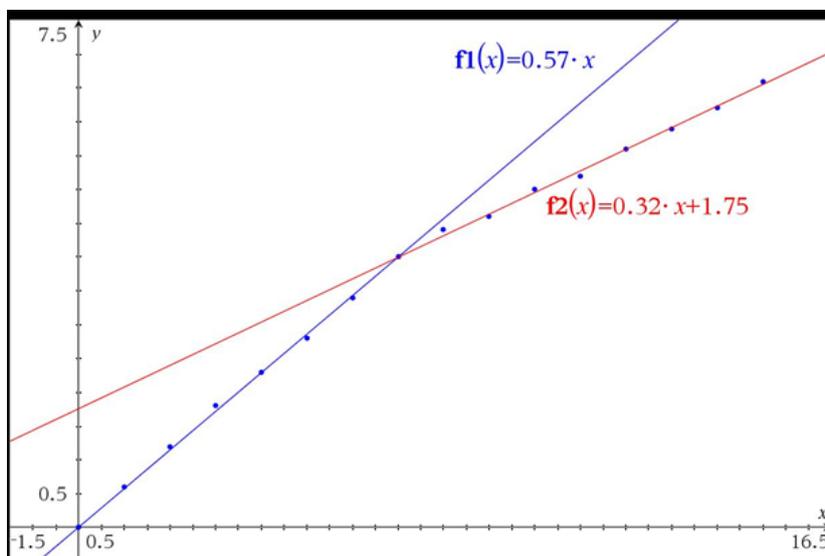
Funktionen ergeben. Sind die Objekte zu leicht, kann man sie mit einem Holzstab auf dem Boden des Gefäßes festhalten. Der Maßstab muss wie ein Zollstock mit null beginnen.

Auswertung

Beispielmessung:



Im Punktdiagramm ist deutlich ein Knick zu erkennen. Rechts vom Knick ist das Objekt vollständig mit Wasser bedeckt und der Wasserspiegel steigt nun langsamer. Legt man jeweils manuell eine Gerade durch die Datenpunkte links und rechts vom Knick, so wird der langsamere Anstieg des Wasserspiegels besonders deutlich.



Zum langsameren Anstieg gehört die Gerade f_2 mit der kleineren Steigung. Würde man den in das Gefäß eingelegten Gegenstand entfernen, so müsste man zu Beginn der Messung 1,75 cm hoch Wasser einfüllen, um von Anfang an den Graphen von f_2 zu erhalten.

Motion Match (nur für TI-Nspire™)

Inhalt	Erzeugen von Funktionen, Funktionsbegriff
Mathematik	Lineare Funktionen
Physik	Bewegung, Kinematik

Im Vernier Dataquest™-Menü sind zwei kleine Programme „Motion Match“ und „Velocity Match“ enthalten, welche verschiedene Graphen linearer Funktionen per Zufallsprinzip erzeugen. Aus jeweils drei Geradenabschnitten wird ein Graph erzeugt, den man durch eine geeignete Bewegung „treffen“ muss.

Grundlagen des Kontextes

Bei einer Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit gilt für den Zusammenhang zwischen der Zeit t und dem zurückgelegten Weg s :

$$s(t) = v \cdot t + s_0,$$

wobei v die Geschwindigkeit und s_0 der Anfangsweg sind.

Mögliche Problemfragen oder Einstiege in den Unterricht

Enger geführte Aufgabe:

Du siehst einen Graphen, der sich aus drei Geradenabschnitten zusammensetzt. Bewege einen Gegenstand vor dem Ultraschallsensor so, dass du die Graphen der angezeigten Funktionen möglichst genau triffst. Welcher Zusammenhang besteht zwischen den Steigungen der Geraden und ihren Achsenabschnitten und deiner Bewegung?

Offenere Aufgabe:

Finde eine Gesetzmäßigkeit für den Zusammenhang von Weg und Zeit einer Bewegung, bei der die Geschwindigkeit konstant bleibt.

Material

- TI-Nspire™ mit dem Ultraschallabstandssensor

Versuchsaufbau

Man richtet den Ultraschallsensor auf eine Wand in maximal zwei Meter Entfernung.

Versuchsdurchführung

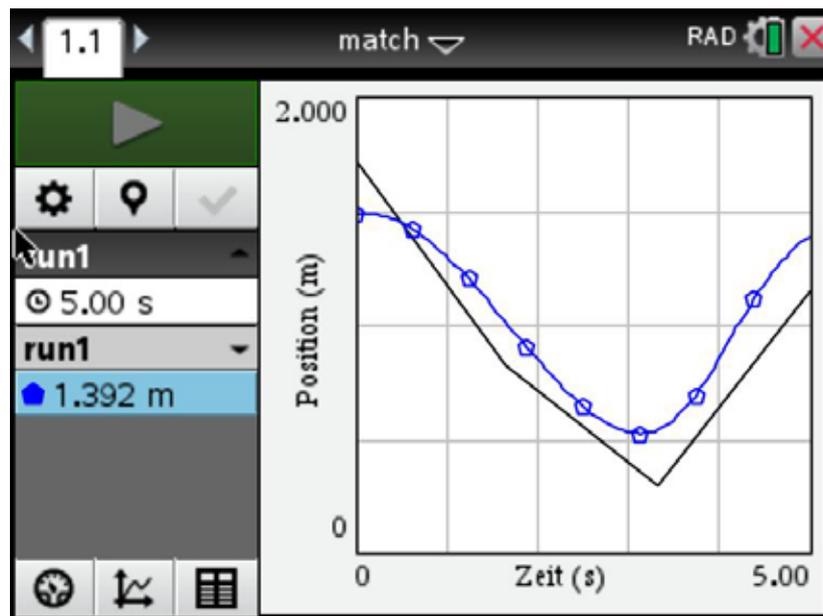
Zunächst ist in der Vernier Dataquest™-Applikation eine beliebige Probemessung mit dem Ultraschallsensor durchzuführen, damit „Motion Match“ freigeschaltet wird. Wählt man nun „Motion Match“ (unter dem Menüpunkt „Analysieren“) aus, so wird das Zeit-Position-Diagramm mit den Geradenabschnitten dargestellt. Mit Betätigen des „Start“-Buttons beginnt die Messung und eventuell vorhandene alte Daten werden überschrieben. Während der Messung kann ein Gegenstand vor dem Sensor oder der Sensor selbst bewegt werden.

Treten mehrere Schüler gegeneinander an, so muss der jeweilige Datensatz gespeichert werden (Anklicken des Häkchens). Man kann alle „Versuche“ anzeigen, indem man alle „runs“ aufklappt (Menü unterhalb des Häkchens) und den Haken bei „Alles“ setzt.

Tipps und Tricks

Motion Match ist auf einen Messbereich von zwei Metern begrenzt.

Auswertung



Graphen nachlaufen

Inhalt	Erzeugen von Funktionsgraphen
Mathematik	Beliebige Funktionen
Physik	Bewegung, Kinematik

Grundlagen des Kontextes

Mit dem Ultraschallbewegungssensor lassen sich einfach Entfernungen messen und direkt darstellen. Das soll benutzt werden, um Schaubilder verschiedener Funktionen, die auf einem Display angezeigt werden, nachzulaufen.

Mögliche Problemfragen oder Einstiege in den Unterricht

Enger geführte Aufgabe:

Versuche, den Abstand zwischen Wand und Sensor so zu verändern, dass der gegebene Graph nachgebildet wird.

Offenere Aufgabe:

Gib den Graphen einer Funktion an, den ein Mitschüler nachlaufen soll. Der Graph kann aus einer beliebigen, dir bekannten Funktionenklasse stammen. Achte aber auf die Bedingungen, die er für die Praxis erfüllen muss.

Material

- Ultraschallsensor mit Messwerterfassung (hier TI-Nspire™)

Versuchsaufbau

Man richtet den Ultraschallsensor auf eine Wand in maximal zwei Meter Entfernung.

Versuchsdurchführung

Zunächst ist in der Vernier Dataquest™-Applikation eine Probemessung mit den Grundeinstellungen des Programms durchzuführen, um die Modelleingabe zu initialisieren. Danach wird im „Menü – analysieren“ „Motion Match“ „Motion Match neu“ ausgewählt. Darauf erzeugt der Rechner einen Graphen und stellt die Fenster sinnvoll ein. Der Graph wird mit „Motion Match entfernen“ gelöscht. Man kann nun über „Analysieren - Modell“ die gewünschte Funktionsgleichung eingeben. Dabei muss die Syntax der Beispielmuster beachtet werden. Die Werte der Parameter können im linken Teil des Fensters eingestellt werden. Mit Betätigen des „Start“-Buttons beginnt die Messung und eventuell vorhandene alte Daten werden überschrieben.

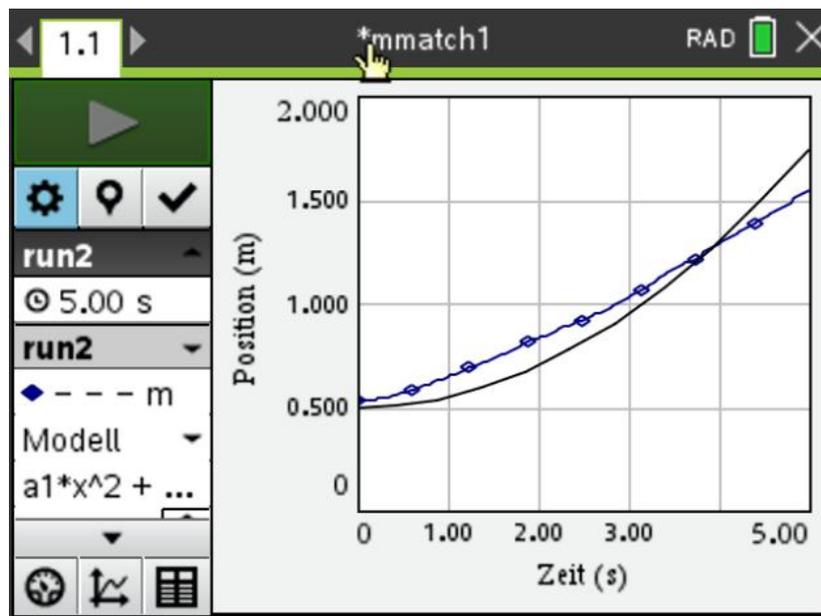
Während der Messung kann ein Gegenstand vor dem Sensor oder der Sensor selbst bewegt werden. Schöner und eindrücklicher für die Lernenden ist das Nachlaufen der Graphen durch die Schülerinnen und Schüler.

Tipps und Tricks

Die Einrichtung des entsprechenden Programms sollte im Vorfeld einmal erprobt werden.

Auswertung

Im Beispiel wurde eine quadratische Funktion verwendet.



Bestimmte Integrale

Inhalt	Ermittlung der Spannarbeit bei einem Gummiband
Mathematik	Bestimmte Integrale
Physik	Spannarbeit, Hooke'sches Gesetz
Technik	Elastische und plastische Verformungen

Grundlagen des Kontextes

Bei Spiralfedern gilt im Elastizitätsbereich das Hooke'sche Gesetz: $F(s) = D \cdot s$.

Dabei ist D die von der jeweiligen Feder abhängige Federkonstante. Die Kraft F ist also nicht konstant, sondern hängt von der Auslenkung s ab. Deshalb kann man auch nicht den einfachen Ansatz $W = F \cdot s$ zur Berechnung der Spannarbeit W verwenden, sondern man muss einzelne Arbeitsportionen dW längs kleiner Wegelemente ds berechnen und aufsummieren, also integrieren:

$$W = \int_0^x F ds = \int_0^x D \cdot s ds = \frac{1}{2} Dx^2$$

Bei Gummibändern gilt das Hooke'sche Gesetz nicht. Hier muss grundsätzlich numerisch integriert werden. Die Spannarbeit und damit die in einem gespannten Gummiband gespeicherte Spannenergie lässt sich folgendermaßen berechnen:

$$W = \int_0^x F ds$$

Mögliche Problemfragen oder Einstiege in den Unterricht

Enger geführte Aufgabe:

Dehne das Gummiband schrittweise und notiere dabei die Länge der Dehnung und die aufzuwendende Kraft.

Offenere Aufgabe:

Plane ein Experiment, mit dem man die Spannarbeit bestimmen kann.

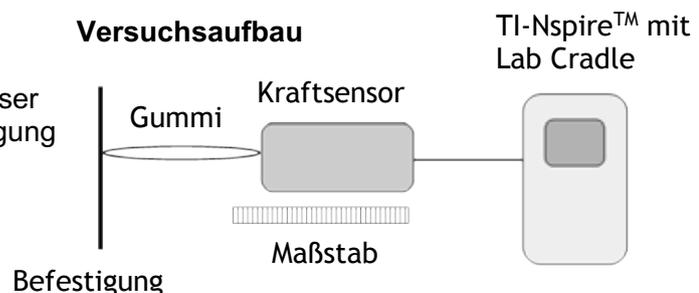
Projektvorschlag:

Vergleiche verschiedene Spiralfedern und Gummibänder und notiere Unterschiede und Gemeinsamkeiten.

Material

- Kraftsensor oder Federkraftmesser
- Gummiband mit stabiler Befestigung
- eventuell Spiralfedern
- Maßstab

Versuchsaufbau



Versuchsdurchführung

Für die erste Messung sollte das Gummiband soweit gestreckt sein, dass der Kraftsensor gerade noch den Wert 0 N anzeigt. Hier ist auch der Nullpunkt der Wegskala. Dann sollte in gleichmäßigen Schritten von z. B. 5 mm gemessen werden. Die Messwerte werden in einer Tabelle eingetragen.

Tipps und Tricks

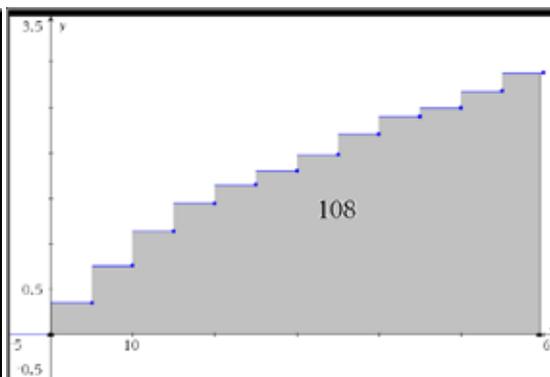
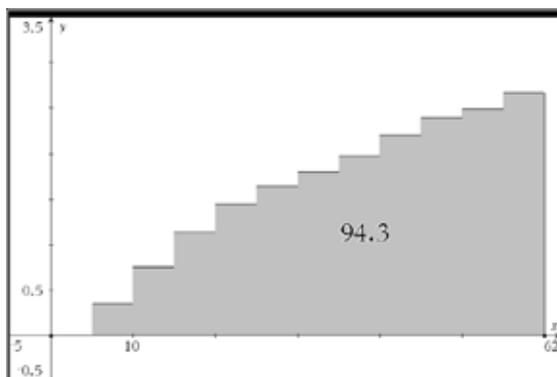
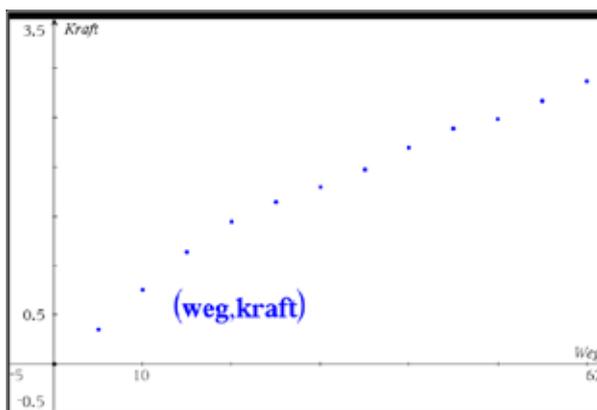
Das Gummiband sollte nicht zu kurz sein, damit der Weg bei der Messung nicht zu klein wird. Zu empfehlen ist die Verwendung eines neuen Gummibandes.

Auswertung

Beispielmessung mit TI-Nspire™ und dem Kraftsensor:

Eine Obersumme für die Spannarbeit in mJ erhält man, indem man die Messwerte für die Kraft mit dem Abstand $\Delta s = 5$ mm zwischen den Messwerten für den Weg multipliziert und anschließend aufsummiert. Eine eventuelle Kraftmesseranzeige für den Anfangsweg 0 mm muss von allen Kraftmesseranzeigen jeweils subtrahiert werden.

Weg in mm	Kraft in N
0	0,00
5	0,35
10	0,75
15	1,14
20	1,44
25	1,64
30	1,80
35	1,98
40	2,20
45	2,39
50	2,49
55	2,67
60	2,87



Die letzten Bilder veranschaulichen die näherungsweise Flächenbestimmung über Unter- und Obersummen. Die bei diesem Experiment aufgebrauchte Arbeit liegt zwischen 94,3 mJ und 108 mJ.

Lineare und quadratische Funktionen

Inhalt	Freier Fall eines Balls
Mathematik	Geraden, Parabeln
Physik	Freier Fall, Bewegung mit konstanter Beschleunigung

Grundlagen des Kontextes

Ohne Luftwiderstand und Auftrieb fallen Objekte auf der Erde mit der konstanten Erdbeschleunigung g . Beginnt die Bewegung zum Zeitpunkt $t = 0$ s, so gelten für die zurückgelegte Strecke s und für die Geschwindigkeit v die Beziehungen:

$$s(t) = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad \text{und} \quad v(t) = g \cdot t$$

Mögliche Problemfragen oder Einstiege in den Unterricht

Enger geführte Aufgabe:

Untersuche bei einem fallenden Ball experimentell den Zusammenhang zwischen Fallzeit und Fallstrecke bzw. Fallzeit und Fallgeschwindigkeit.

Offenere Aufgabe:

Vergleiche einen Sprung vom 3 m Brett mit einem Sprung vom 10 m Brett. Dauert ein Sprung vom 10 m Brett dreimal so lange wie ein Sprung vom 3 m Brett?

Ist die Auftreffgeschwindigkeit auf das Wasser auch etwa dreimal so groß?

Plane ein Experiment.

Material:

- Ultraschallsensor und Messwerterfassung
- Ball (Mindestdurchmesser etwa 10 cm, damit seine Bewegung sicher vom Ultraschallsensor erfasst wird.)

Durchführung

Günstig für die Durchführung ist eine Dreiergruppe. Ein Teilnehmer steigt auf einen Stuhl oder einen Tisch und hält den Ultraschallsensor horizontal, so dass der Sensor senkrecht auf den Boden gerichtet ist. Der zweite Teilnehmer positioniert den Ball unter dem Ultraschallsensor, wobei der Mindestabstand von 15 cm zum Sensor nicht unterschritten werden darf. Der Ball wird seitlich mit zwei Händen gehalten. Der dritte Teilnehmer setzt den Abstand Ball-Sensor auf null und startet die Messwerterfassung. Wenn die Messwerterfassung läuft, entfernt der zweite Teilnehmer die Hände seitlich vom Ball (und damit aus dem Erfassungsbereich des Sensors), der Ball fällt und die Bewegung wird vom Sensor erfasst.

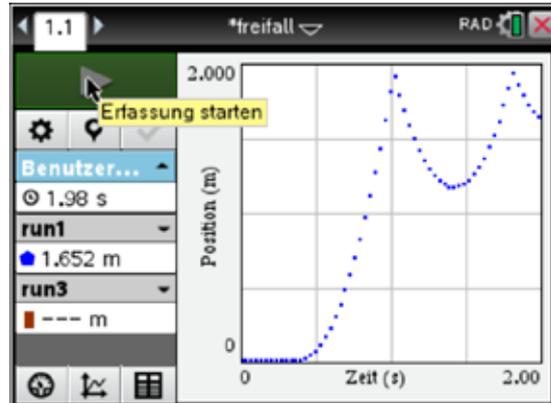
Tipps und Tricks

Ultraschallsensoren haben oft einen Mindestabstand, der bei der Messung nicht unterschritten werden darf. Der Ball darf also nicht zu dicht beim Sensor starten. Während der Messung dürfen keine störenden Objekte (z. B. Körperteile der Experimentatoren) den Erfassungsbereich des Sensors durchqueren.

Ergebnisse

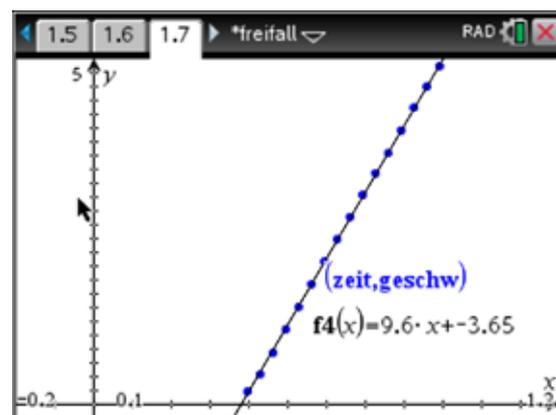
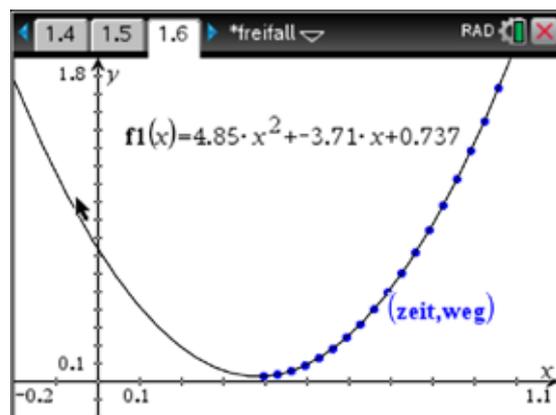
Es ergibt sich eine Messkurve wie rechts (aufgenommen mit TI-Nspire™).

Da erst einen Moment nach dem Start der Zeitmessung der Ball losgelassen wird, verläuft die Kurve zunächst noch parallel zur Zeitachse, der eigentliche Fall findet hier zwischen ca. 0,3 s und 1,0 s statt. Der Ball hüpft nach dem Aufprall auf dem Boden noch zweimal hoch.



Auswertung für den relevanten Bereich:

Zeit in s	Weg in m	Geschwindigkeit in m/s
0.363	0.028	0.042
0.396	0.030	0.186
0.429	0.039	0.436
0.462	0.058	0.748
0.495	0.088	1.086
0.528	0.130	1.411
0.561	0.181	1.739
0.594	0.244	2.070
0.627	0.317	2.390
0.66	0.402	2.711
0.693	0.496	3.034
0.726	0.603	3.344
0.759	0.717	3.639
0.792	0.842	3.966
0.825	0.979	4.299
0.858	1.126	4.601
0.891	1.283	4.895
0.924	1.447	5.292
0.957	1.633	5.425



Indirekte Proportionalität

Inhalt	Das Gesetz von Boyle-Mariotte
Mathematik	indirekte Proportionalität, Potenzfunktionen mit negativen Exponenten
Physik	Gesetz von Boyle-Mariotte
Biologie	Schwimmblasenvolumen bei Fischen
Technik	Wärmekraftmaschinen, Luftpumpe, Tauchen, Wetterballon

Grundlagen des Kontextes



Halbiert man das Volumen eines abgeschlossenen Gasvolumens, so verdoppelt sich der Druck. Halbiert man den Druck, so verdoppelt sich das Volumen.

Gesetz von Boyle-Mariotte:

$$p \cdot V = \text{const.}$$

Der Druck des Gases ist umgekehrt proportional zum Volumen.

Die Temperatur des Gases darf sich dabei nicht ändern.

Mögliche Problemfragen oder Einstiege in den Unterricht

Enger geführte Aufgabe:

Untersuche experimentell den Zusammenhang zwischen dem Druck und dem Volumen in einer Spritze.

Offenere Aufgabe:

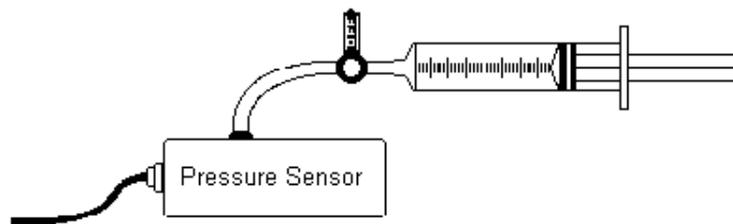
Joghurts, bei denen sich der Deckel nach außen wölbt, gelten als verdorben – warum eigentlich?

In einem Flugzeug hingegen bekommt man nur Joghurts mit nach außen gewölbtem Deckel, ohne dass sie verdorben sind – warum?

Material

- Drucksensor mit Messwerterfassung
- Plastikspritze mit 20 cm³ Volumen

Versuchsaufbau



Das Volumen des Anschlussschlauchs sollte möglichst klein sein. Ideal ist im Gegensatz zur Skizze ein direkter Anschluss der Spritze am Drucksensor.

Tipps und Tricks

Das Experiment sollte möglichst zügig durchgeführt werden, damit leichte Undichtigkeiten der Spritze keinen großen Einfluss haben. In Physik-Sammlungen gibt es häufig einen fertigen Versuchsaufbau zu diesem Gesetz.

Versuchsdurchführung

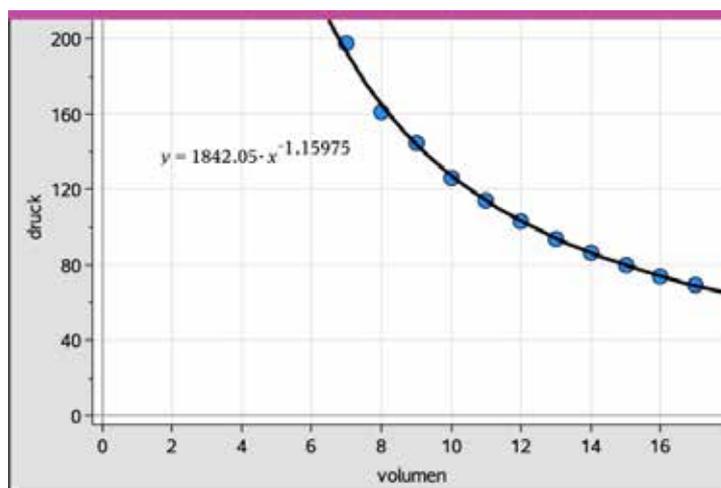
Der Kolben der Spritze wird mittig auf 10 cm^3 eingestellt. Nun schießt man die Spritze an dem Sensor an. Dann verkleinert man das Volumen bis auf 5 cm^3 und vergrößert es anschließend in Schritten von je 1 cm^3 bis auf 15 cm^3 . Druck und Volumen werden notiert.

Auswertung

Beispielmessung mit TI-Nspire™ und dem Drucksensor von Vernier.

Das interne Volumen des Sensors beträgt hier 2 cm^3 . Wegen des direkten Anschlusses muss kein Volumen eines Anschlussschlauchs berücksichtigt werden. Für das korrigierte Volumen werden alle von der Spritze abgelesenen Volumina um 2 cm^3 vergrößert, der Volumenbereich erstreckt sich also von 7 cm^3 bis 17 cm^3 . Die Regression ergibt einen Exponenten, der etwas kleiner als -1 ist.

korrigiertes Volumen in cm^3	Druck in kPa
7	197,302
8	161,472
9	144,938
10	125,875
11	114,509
12	102,891
13	93,525
14	86,688
15	79,985
16	73,846
17	69,306

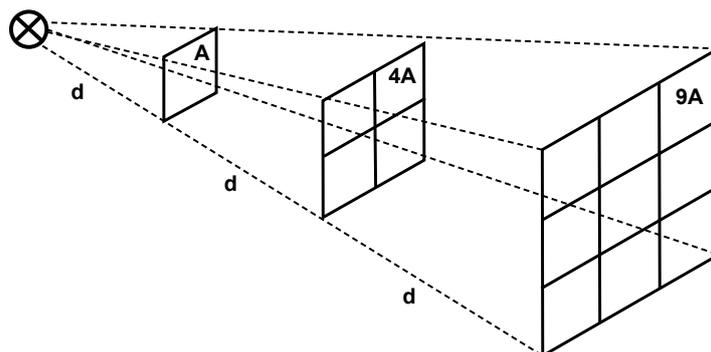


Potenzfunktionen mit negativen Exponenten

Inhalt	Beleuchtungsstärke in Abhängigkeit von der Entfernung zur Lichtquelle
---------------	--

Mathematik	Potenzfunktionen mit negativen Exponenten, Strahlensätze
Physik	quadratisches Abstandsgesetz, Beleuchtungsstärke, Strahlenschutz
Biologie	Auge
Technik	Fotoapparat, Blende, Beleuchtung von Räumen

Grundlagen des Kontextes



Wird der Abstand von der Lichtquelle verdoppelt, leuchtet das Licht einer punktförmigen Lichtquelle die vierfache Fläche aus. Wird der Abstand verdreifacht, ist es sogar die neunfache Fläche.

Die Beleuchtungsstärke ist umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstandes von der Lichtquelle.

Mögliche Problemfragen oder Einstiege in den Unterricht

Enger geführte Aufgabe:

Untersuche experimentell den Zusammenhang zwischen Beleuchtungsstärke und dem Abstand zur Lichtquelle (Taschenlampe).

Offenere Aufgabe:

Das Wort „Helligkeit“ wird in einem abgedunkelten Raum an die Tafel geschrieben. Das Wort wird mit dem Lichtkegel einer Taschenlampe beleuchtet, welche durch die Bankreihen in Richtung der Tafel gereicht wird. Das Wort wird dabei immer besser lesbar.

Beschreibe deine Beobachtung. Finde mithilfe eines Experiments eine Funktion, die den Zusammenhang zwischen Beleuchtungsstärke und Abstand beschreibt.

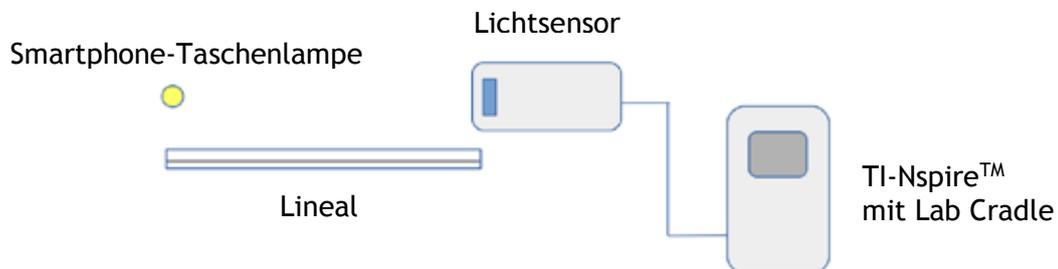
Projektvorschlag:

Als Einstieg in ein Projekt eignet sich die Abhängigkeit der Pupillenöffnung von der Beleuchtungsstärke (alternativ: Blendendurchmesser bei Fotoapparaten).

Material

- Lichtsensor mit Messwerterfassung
- Lineal oder Maßband
- punktförmige Lichtquelle (z. B. LED-Taschenlampe oder Smartphone)

Versuchsaufbau



Versuchsdurchführung

Der maximale Abstand ist von der verwendeten Lichtquelle abhängig. Nutzt man ein Smartphone, wird in Abständen von jeweils 10 cm zwischen Lichtquelle und Sensor die Lichtintensität gemessen. Der maximale Abstand beträgt etwa 60 cm.

Tipps und Tricks

Das Experiment sollte möglichst in einem abgedunkelten Raum durchgeführt werden. Es sollte kein Streulicht auf den Sensor fallen. Die geringste Entfernung muss so gewählt werden, dass der Lichtsensor nicht übersteuert wird.

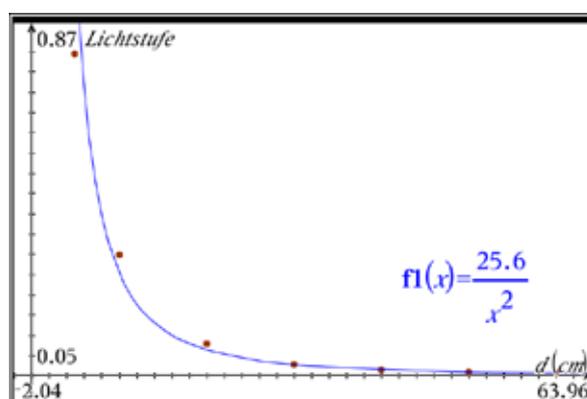
Bei Laserlicht ist keine Abnahme der Beleuchtungsstärke nach dem quadratischen Abstandsgesetz feststellbar. Laserlicht kann als Gegenbeispiel diskutiert werden.

Auswertung

Es ergibt sich ein quadratisch reziproker Zusammenhang zwischen Entfernung und Lichtintensität. Ein Vergleich zwischen Messwerten und Approximation zeigt eine gute Übereinstimmung.

Beispielmessung mit Smartphone Taschenlampe und TI-Nspire™ mit dem Lichtsensor von Vernier:

Abstand in cm	Beleuchtungsstärke (hier einheitenlos)
5	0,7943
10	0,2988
20	0,0773
30	0,0287
40	0,0147
50	0,0086
60	0,0063



Exponentialfunktionen mit negativen Exponenten

Inhalt	Abkühlungsvorgänge
Mathematik	Exponentialfunktionen mit negativen Exponenten
Physik	Übertragung von Wärmeenergie
Biologie	Fernsehkrimis: Leichentemperatur
Technik	Abkühlen von Getränken im Kühlschrank

Grundlagen des Kontextes

Die Temperaturänderung eines Körpers ist proportional zur Differenz der Temperaturen des Körpers T_K und der Umgebung T_U . Es gilt also

$$\dot{T}_K(t) = c \cdot (T_K - T_U) = cT_K - cT_U.$$

Diese DGL lässt sich zu

$$T_K(t) = k_1 \cdot e^{c \cdot t} + k_2$$

lösen. Dabei gilt $k_1 = T_K(0) - T_U$ und $k_2 = T_U$.

Man erhält bei der Abkühlung also eine nach oben verschobene Exponentialfunktion mit negativem Exponenten:

$$T_K(t) = k_1 \cdot e^{c \cdot t} + k_2$$

Mögliche Problemfragen oder Einstiege in den Unterricht

Enger geführte Aufgabe:

Untersuche experimentell den zeitlichen Verlauf der Abkühlung.

Offenere Aufgabe:

Wie lange wird es dauern, bis ich meinen frisch aufgebrühten Kaffee trinken kann?

Projektvorschlag:

Fülle heißes Wasser in eine Tasse und lasse es abkühlen. Beschreibe und erkläre den Verlauf der Abkühlung.

Material

- Temperatursensor mit Messwerterfassung
- heißes Wasser (Thermogefäß)
- kaltes Wasser in Glas oder Tasse

Versuchsdurchführung

Im Versuch wird die Abkühlung eines heißen Gegenstandes (Temperatursensor) im kalten Wasser gemessen. Dazu muss anfangs die Temperatur des kalten Wassers bestimmt werden. Dann wird der Temperatursensor in das heiße Wasser getaucht, bis sich die Temperaturanzeige nicht mehr ändert. Erst dann wird er in das kalte Wasser getaucht und die Messung gestartet. Während der Messung muss der Sensor bewegt werden. Nach wenigen Sekunden ist der Sensor abgekühlt und das Experiment beendet.

Tipps und Tricks

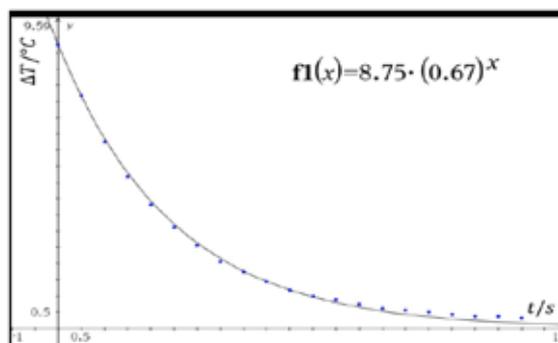
Da in diesem Experiment strenggenommen die Temperatur des Sensors gemessen wird, sollte es sich um einen Temperatursensor handeln, der relativ langsam die Umgebungstemperatur annimmt („träge“). Dazu bietet sich ein gekapselter Sensor an.

Auswertung

Für die Auswertung ist es vorteilhaft, wenn zunächst die Temperatur des kalten Wassers subtrahiert wird. Dadurch wird die Verschiebung der Exponentialfunktion berücksichtigt. Es ergibt sich ein rein exponentieller Zusammenhang zwischen Temperatur und Zeit. Die Ausgleichskurve entsteht durch manuelle Anpassung.

Beispielmessung mit dem Temperatursensor von Vernier (die Temperatur des kalten Wassers wurde bereits abgezogen):

Zeit in s	Temperatur in °C
0	8,75
0,5	7,19
1	5,75
1,5	4,69
2	3,81
2,5	3,12
3	2,56
3,5	2,06
4	1,75
4,5	1,44
5	1,19
5,5	1,00
6	0,87
6,5	0,75
7	0,62
7,5	0,56
8	0,50
8,5	0,44
9	0,37
9,5	0,37
10	0,31



Weil die Umgebungstemperatur schon abgezogen wurde, lautet die Funktion f_1 :

$$T_K(t) = k_1 \cdot e^{c \cdot t}$$

mit $k_1 = 8,75$ und $c = \ln 0,67 = -0,40$.

Sinusfunktionen

Inhalt	Trigonometrische Funktionen
Mathematik	Sinus, Kosinus
Physik	Harmonische Schwingungen
Technik	Zeitmessung, Schwingungen von Maschinenteilen

Grundlagen des Kontextes

Eine harmonische Schwingung lässt sich durch Sinusfunktionen beschreiben:

$$y(x) = a \cdot \sin(b \cdot x + c) + d$$

Dabei sind $y(x)$ die Auslenkung (Elongation) zur Zeit x , a die Amplitude, c die Phasenverschiebung und d die Verschiebung in y -Richtung.

Eine Pendelschwingung ist für kleine Auslenkungen näherungsweise harmonisch. Der Parameter b hängt von der Erdbeschleunigung g und Länge des Pendels l ab:

$$b = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{g}{l}}$$

Mögliche Problemfragen oder Einstiege in den Unterricht

Enger geführte Aufgabe:

Nimm mit dem Ultraschallsensor den zeitlichen Verlauf der Bewegung des Pendels auf.

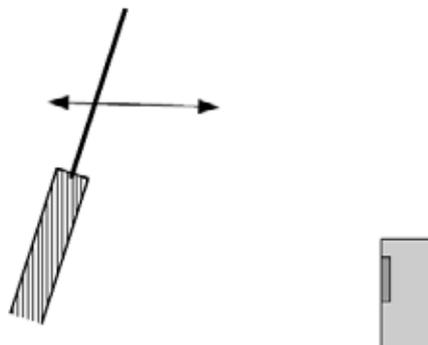
Offenere Aufgabe:

Versuche die Bewegung des Pendels möglichst genau durch eine mathematische Funktion zu beschreiben.

Material

- Ultraschallentfernungssensor mit Messdatenerfassung
- Pendel (Schultasche am Trageriemen, Buch mit durchgeführtem Band o.ä.)

Aufbau



Versuchsdurchführung

Der Sensor wird in etwa 50 cm Entfernung vom ruhenden Pendelkörper aufgestellt. Dann lenkt man das Pendel aus und startet die Messung.

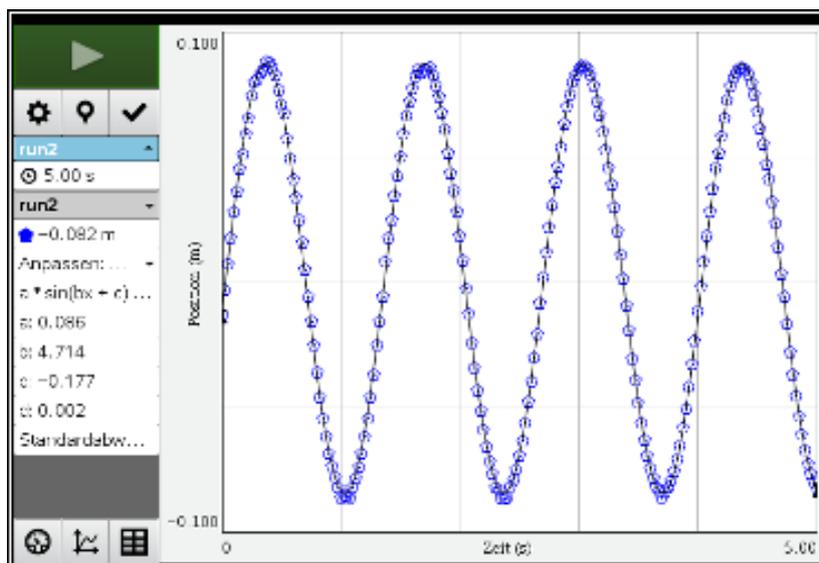
Tipps und Tricks

Der Pendelkörper sollte wie in den Beispielen an zwei Fäden aufgehängt werden, um eine gut definierte Schwingung zu erhalten. Der Sensor darf sich während der Messung nicht bewegen. 20 Messungen pro Sekunde reichen aus. Die Auslenkung sollte nicht zu groß gewählt werden (max. 10°). Eine größere Masse liefert grundsätzlich die besseren Werte. Der Pendelkörper darf nicht zu klein sein und muss sich im Messbereich des Sensors bewegen, damit der Sensor die Bewegung sicher registriert. Die Fadenlänge sollte mindestens 50 cm betragen.

Auswertung

Es ergibt sich eine sinusförmige Funktion, die in y -Richtung verschoben ist. Die Masse und die Auslenkung haben keinen Einfluss auf die Periodendauer, lediglich die Fadenlänge verändert die Schwingungsdauer und damit den Parameter b .

Unten ist eine Beispielmessung mit dem TI-Nspire™ und dem Ultraschallabstundensensor von Vernier dargestellt.







www.t3deutschland.de

education.ti.com



Teachers Teaching with Technology™

