

# Sensoren im Mathematikunterricht

## Exponentialfunktionen mit negativen Exponenten



Autoren:

Claude Blanc, Jürgen Enders, Sebastian Rauh, Dr. Markus Roth, Frank Ueckert,  
Mirco Tewes, René Cerajewski



Teachers Teaching with Technology™

T<sup>3</sup> DEUTSCHLAND

## Exponentialfunktionen mit negativen Exponenten

Inhalt	Abkühlungsvorgänge
Mathematik	Exponentialfunktionen mit negativen Exponenten
Physik	Übertragung von Wärmeenergie
Biologie	Fernsehkrimis: Leichentemperatur
Technik	Abkühlen von Getränken im Kühlschrank

### Grundlagen des Kontextes

Die Temperaturänderung eines Körpers ist proportional zur Differenz der Temperaturen des Körpers  $T_K$  und der Umgebung  $T_U$ . Es gilt also

$$\dot{T}_K(t) = c \cdot (T_K - T_U) = cT_K - cT_U.$$

Diese DGL lässt sich zu

$$T_K(t) = k_1 \cdot e^{c \cdot t} + k_2$$

lösen. Dabei gilt  $k_1 = T_K(0) - T_U$  und  $k_2 = T_U$ .

Man erhält bei der Abkühlung also eine nach oben verschobene Exponentialfunktion mit negativem Exponenten:

$$T_K(t) = k_1 \cdot e^{c \cdot t} + k_2$$

### Mögliche Problemfragen oder Einstiege in den Unterricht

Enger geführte Aufgabe:

*Untersuche experimentell den zeitlichen Verlauf der Abkühlung.*

Offenere Aufgabe:

*Wie lange wird es dauern, bis ich meinen frisch aufgebrühten Kaffee trinken kann?*

Projektvorschlag:

*Fülle heißes Wasser in eine Tasse und lasse es abkühlen. Beschreibe und erkläre den Verlauf der Abkühlung.*

### Material

- Temperatursensor mit Messwerterfassung
- heißes Wasser (Thermogefäß)
- kaltes Wasser in Glas oder Tasse

## Versuchsdurchführung

Im Versuch wird die Abkühlung eines heißen Gegenstandes (Temperatursensor) im kalten Wasser gemessen. Dazu muss anfangs die Temperatur des kalten Wassers bestimmt werden. Dann wird der Temperatursensor in das heiße Wasser getaucht, bis sich die Temperaturanzeige nicht mehr ändert. Erst dann wird er in das kalte Wasser getaucht und die Messung gestartet. Während der Messung muss der Sensor bewegt werden. Nach wenigen Sekunden ist der Sensor abgekühlt und das Experiment beendet.

## Tipps und Tricks

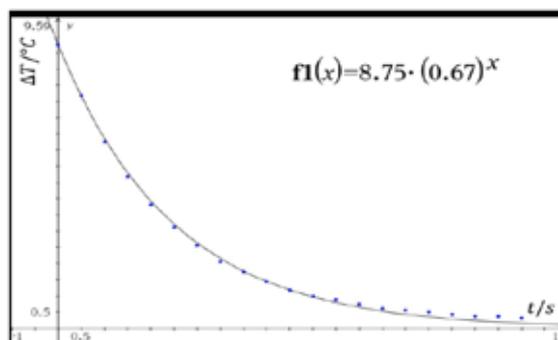
Da in diesem Experiment strenggenommen die Temperatur des Sensors gemessen wird, sollte es sich um einen Temperatursensor handeln, der relativ langsam die Umgebungstemperatur annimmt („träge“). Dazu bietet sich ein gekapselter Sensor an.

## Auswertung

Für die Auswertung ist es vorteilhaft, wenn zunächst die Temperatur des kalten Wassers subtrahiert wird. Dadurch wird die Verschiebung der Exponentialfunktion berücksichtigt. Es ergibt sich ein rein exponentieller Zusammenhang zwischen Temperatur und Zeit. Die Ausgleichskurve entsteht durch manuelle Anpassung.

Beispielmessung mit dem Temperatursensor von Vernier (die Temperatur des kalten Wassers wurde bereits abgezogen):

Zeit in s	Temperatur in °C
0	8,75
0,5	7,19
1	5,75
1,5	4,69
2	3,81
2,5	3,12
3	2,56
3,5	2,06
4	1,75
4,5	1,44
5	1,19
5,5	1,00
6	0,87
6,5	0,75
7	0,62
7,5	0,56
8	0,50
8,5	0,44
9	0,37
9,5	0,37
10	0,31



Weil die Umgebungstemperatur schon abgezogen wurde, lautet die Funktion  $f_1$ :

$$T_K(t) = k_1 \cdot e^{c \cdot t}$$

mit  $k_1 = 8,75$  und  $c = \ln 0,67 = -0,40$ .



Dieses und weiteres Material steht Ihnen zum pdf-Download bereit:  
[www.t3deutschland.de](http://www.t3deutschland.de) sowie unter [www.ti-unterrichtsmaterialien.net](http://www.ti-unterrichtsmaterialien.net)

Dieses Werk wurde in der Absicht erarbeitet, Lehrerinnen und Lehrern geeignete Materialien für den Unterricht in die Hand zu geben. Die Anfertigung einer notwendigen Anzahl von Fotokopien für den Einsatz in der Klasse, einer Lehrerfortbildung oder einem Seminar ist daher gestattet. Hierbei ist auf das Copyright von T<sup>3</sup>-Deutschland hinzuweisen. Jede Verwertung in anderen als den genannten oder den gesetzlich zugelassenen Fällen ist ohne schriftliche Genehmigung von T<sup>3</sup> nicht zulässig.

© 2020 T<sup>3</sup> Deutschland

[www.t3deutschland.de](http://www.t3deutschland.de)

[education.ti.com](http://education.ti.com)



Teachers Teaching with Technology™

T<sup>3</sup> DEUTSCHLAND

 TEXAS INSTRUMENTS