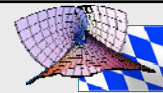


Der bayerische Modellversuch  
Medienintegration im Mathematikunterricht - M<sup>3</sup>  
– Zum Einsatz von Taschencomputern in den  
Jahrgangsstufen 10 – 13

- Rückblick: CAS und TC im MU
- Der bayerische M<sup>3</sup> - Überlegungen zur Evaluation computergestützten Unterrichts

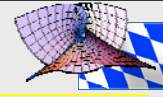
Rückblick



- **1. Phase: 1988 – Derive**
  - Mathematik im Umbruch? (Hischer 1992)?
  - Entlastung von ständig wiederkehrenden kalkülhaften Berechnungen
- **2. Phase: Dez. 1995 – TI 92**
  - Hohe Erwartungen
  - Tiefgreifende inhaltliche und methodische Veränderung
- **3. Phase: ab 2000 ...**
  - Ernüchterung: TC
  - Konsolidierung: GTR

... welche Erkenntnisse haben wir gewonnen?

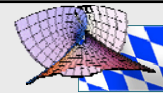
## Empirische Untersuchungen zum TC-Einsatz



- **Derive-, TI 92-, TC-Projekte (Österreich)**
- **International:** Zahlreiche – kurzfristige – wissenschaftlich begleitete Schulversuche
- **Deutschland:**
  - Zahlreiche Unterrichtsversuche und Pilotversuche in allen Bundesländern, insbesondere Baden-Württemberg, Berlin, Sachsen, NRW, Niedersachsen, ....

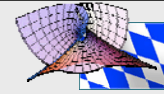
Viele  
„schöne“  
Unterrichts-  
vorschläge

## Anerkannte Prinzipien zum Arbeiten mit (T)C



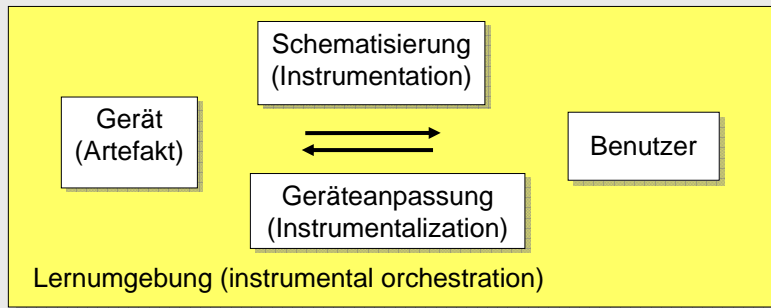
- Größere Bedeutung von Darstellungen (Transfer)
- Bedeutung von Bausteinen (Moduln)
- Verstärktes dynamisches Arbeiten
- Verstärktes experimentelles Arbeiten
- Vermehrt selbsttätiges und kooperative Arbeiten
- Größere Vielfalt an Lösungsstrategien (Prüfungsaufg.)
- ...

## Ein (Haupt-)Problem

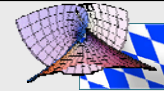


Technische  $\leftrightarrow$  inhaltliche  $\leftrightarrow$  methodisch-didaktische Ebene

*Theorie der instrumentellen Entwicklung („Frankreich“)*

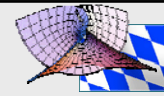


## Beantwortung der zentrale Fragen?

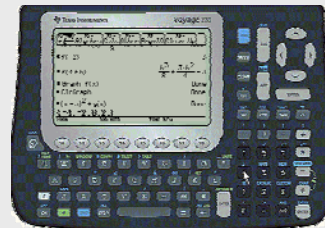


- Führt der TC-Einsatz zu einem besseren(!) Unterricht?
- Führt er zu besserem Verständnis von Mathematik (bei welchen Inhalten)?
- Ändert sich die Einstellung (Schüler, Lehrer) gegenüber Mathematik?
- Welche negativen Auswirkungen hat der TC-Einsatz?

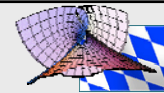
### M<sup>3</sup> – Modellversuch Bayern



2003/04	10 Jhg.	6 Modelklassen (137) – 4 Kontrollklassen (121) “Modelllehrer” – kein TC in 11. Jhg.
2004/05	analog ...	“Modelllehrer” und “normale” Lehrer
2005/06	10 Jhg.	12 Modelklassen – 10 Kontrollklassen ↓
2006/07	11. Jhg.	
2007/08	12. Jhg.	
2008/09	13. Jhg.	– nicht im Abitur!
2011/12	12. Jhg.	– auch im Abitur!!!

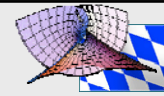


### Inhalte in Klasse 10 (Gym. BY)



- Rechnen mit Potenzen und Potenzgesetze;
- Potenzfunktionen;
- Folgen;
- Exponential- und Logarithmusfunktionen;
- Kreismessung;
- Trigonometrie;
- Volumen und Oberfläche von Zylinder, Kegel und Kugel.

## Evaluation des (T)C-Einsatzes



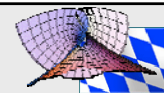
Wie bekommt man heraus, wie sich der (Taschen-) Computer-Einsatz auf Schüler,<sup>1)</sup> Lehrer<sup>2)</sup> und Unterricht auswirkt?



<sup>1)</sup> Natürlich: Schülerinnen und Schüler. <sup>2)</sup> Natürlich: Lehrerinnen und Lehrer.

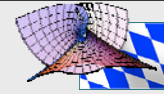
## Untersuchungsfragen

## Testinstrumente



- |  |                     |
|--|---------------------|
| 1. Unterschiede bei zentralen mathematischen Fähigkeiten?          | } Vor- und Nachtest |
| 2. Auswirkungen auf „gute“ und „schlechte“ Schüler <sup>1)</sup> ? |                     |
| 3. Veränderung der Prüfungsaufgaben?                               | Expertenurteil      |
| 4. Einstellungen der Schüler zu dem neuen Werkzeug?                | Fragebogen          |
| 5. Veränderung von Unterrichtsmethodik und Unterrichtsformen       | Stundenprotokolle   |

## Testaufgaben - Termumformungen



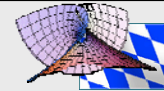
1. Vereinfache die folgenden Terme so weit wie möglich:

a)  $\frac{2ab - 4a^2}{4a^2} =$

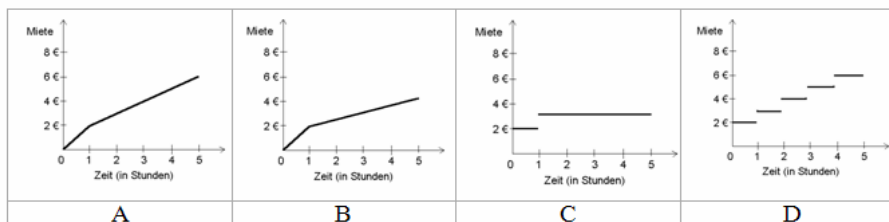
b)  $\frac{x^3 - xy^2}{x^3 - x^2y} =$

2. Gib den Term  $\frac{a+2}{a(1-\frac{a}{2})}$  in einer *einzeiligen* Schreibweise an, welche anstelle der Bruchstriche nur Divisionszeichen „ : “ enthält.

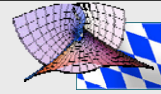
## Testaufgaben – Interpretieren von Graphen



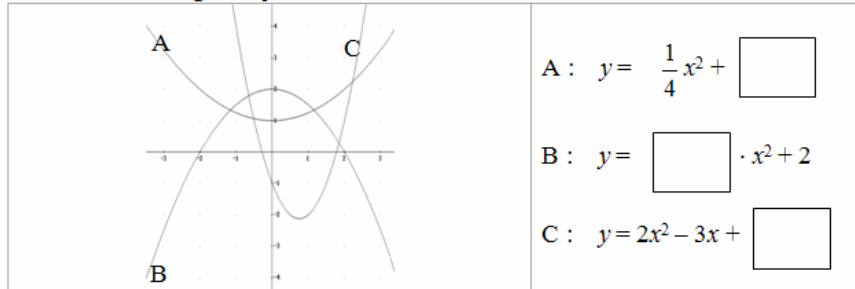
3. In einem Park werden Fahrräder vermietet. Die erste Stunde (oder ein Teil davon) kostet 2 € und jede weitere angefangene Stunde kostet 1 €. Welches Diagramm zeigt dies? Kreisen Sie die entsprechenden Buchstaben A, B, C oder D ein.



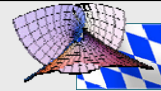
## Testaufgaben – Transfer zwischen Darstellungen



5. Zu den gezeichneten Parabeln A, B und C gehören die angegebenen Gleichungen. Welche Zahl gehört jeweils in den Kasten?



## Testaufgaben – Arbeiten mit Tabellen

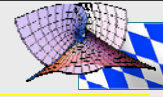


7. Gib eine Funktionsvorschrift an, die zu der folgenden Tabelle passt

x	-3	-2	-1	0	1	2
y	-2,5	-1	0,5	2	3,5	5

Funktionsvorschrift:  $y =$  .....

## Testaufgaben – Bewegliches Denken



8. Wir betrachten die Funktion mit  $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$ . Stelle dir vor, dass du den x-Wert, bei  $-4$  beginnend, *gleichmäßig* immer größer werden lässt, bis er  $+4$  erreicht. Ändert sich der y-Wert auch *gleichmäßig*? Begründe deine Antwort!

.....

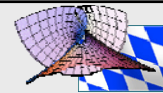
.....

.....

.....

.....

## Testaufgaben – Lösen von Gleichungen



9. Bestimme jeweils die Lösungen der folgenden Gleichungen über der Grundmenge  $\mathbb{R}$ .

a)  $x^2 - 6x = -5$

b)  $x^2 + 5x = 0$ .

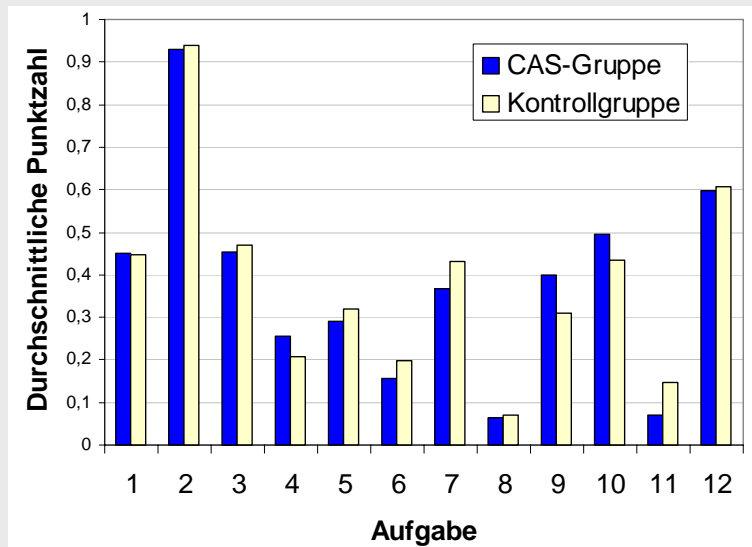
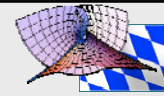
c)  $x^2 = x$ .

11. Ermittle **grafisch** die Lösung der Gleichung  $x^2 - 2 = 3$ .

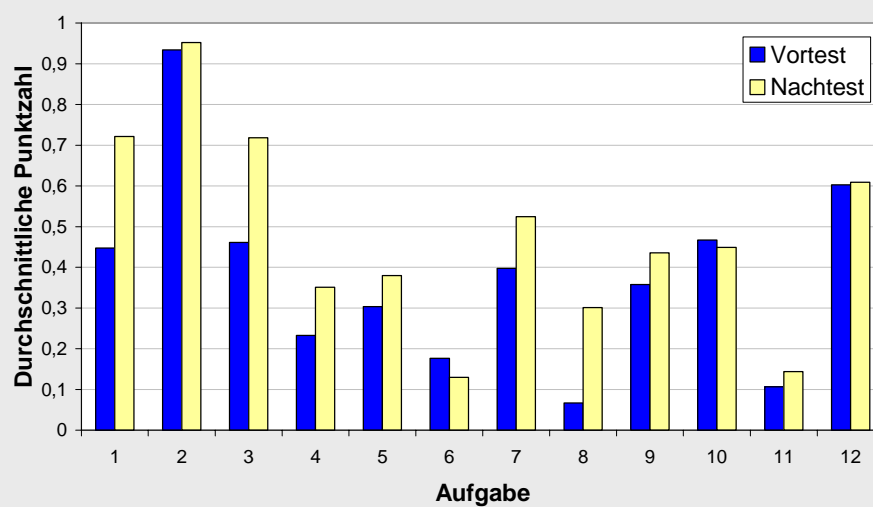
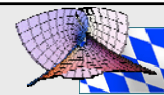
12. Wir betrachten die Funktion  $f$  mit  $f(x) = x^2 + c$ ,  $c \in \mathbb{R}$ . Gib die *Anzahl* der Lösungen der Gleichung  $f(x) = 0$  in Abhängigkeit von  $c$  mit einer kurzen Begründung an!



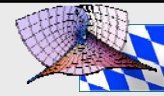
## Ergebnis Vortest 2003/04



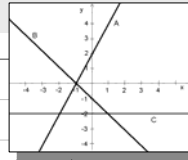
## Ergebnis Nachtest 2003/04 - Gesamtgruppe



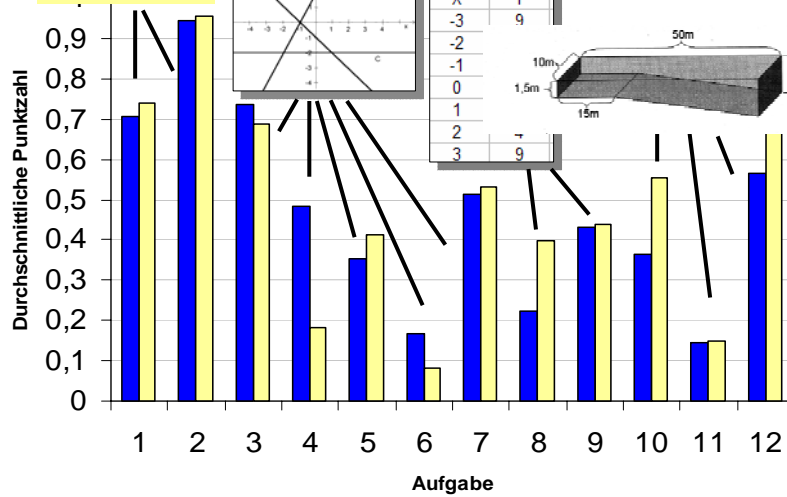
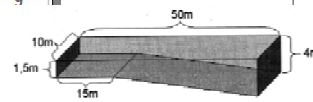
# Vergleich von TC- und Kontrollgruppe (2003/04)



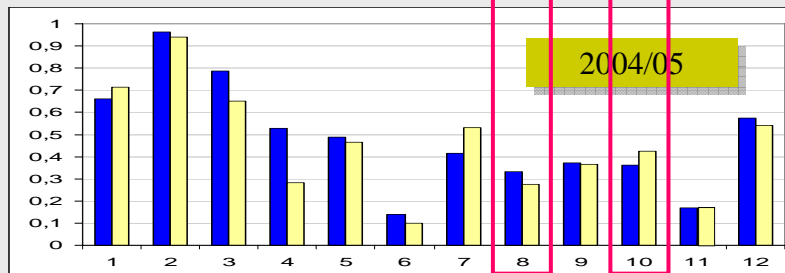
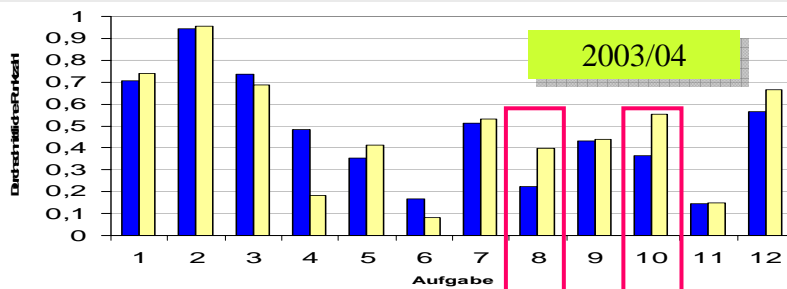
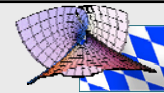
$$\frac{x^3 - xy^2}{x^3 - x^2y} =$$



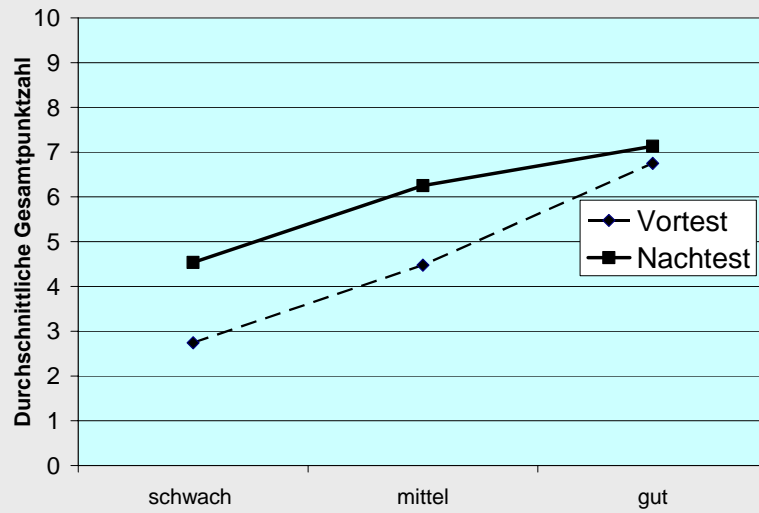
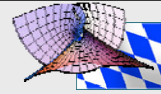
A	B
X	Y
-3	9
-2	
-1	
0	
1	
2	
3	9



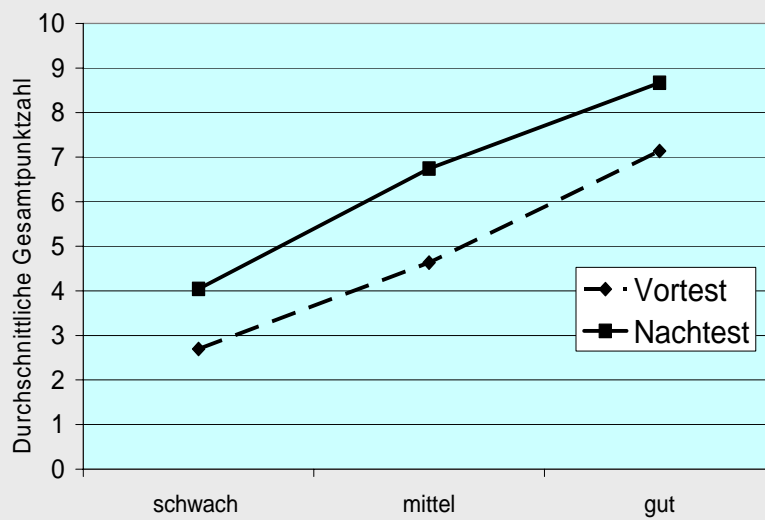
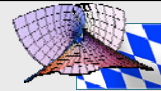
## Vergleich von TC- und Kontrollgruppe 03/04 – 04/05



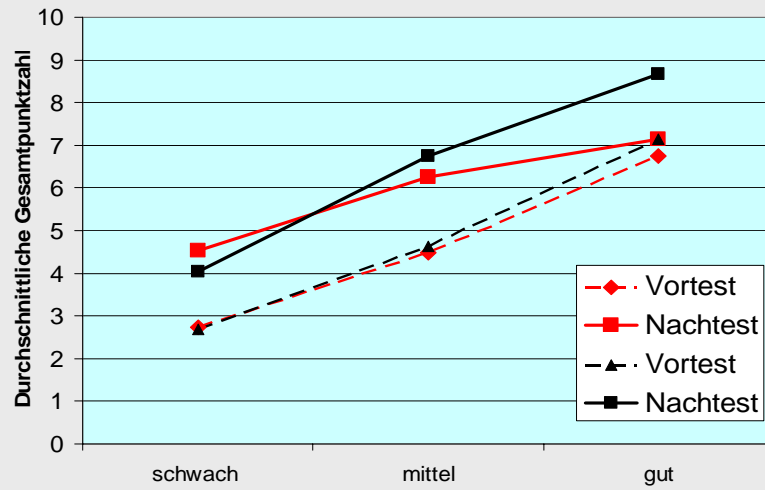
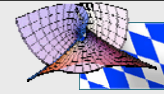
Vergleich „gute“ und „schwache“ S. – TC-Gruppe – 03/04



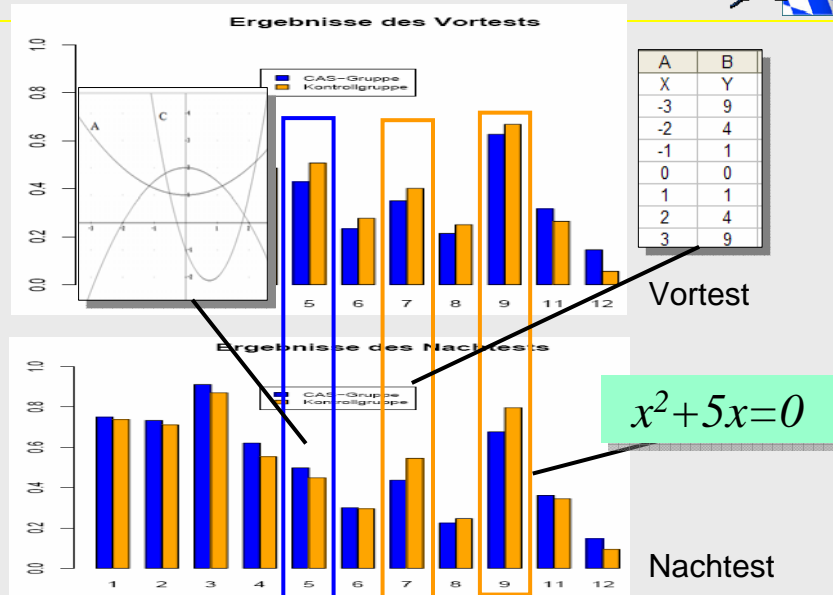
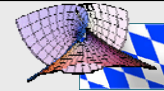
Vergleich „gute“ und „schwache“ S. – K.-Gruppe 03/04



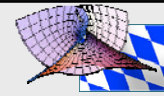
# Vergleich TC und K.-Gruppe 03/04



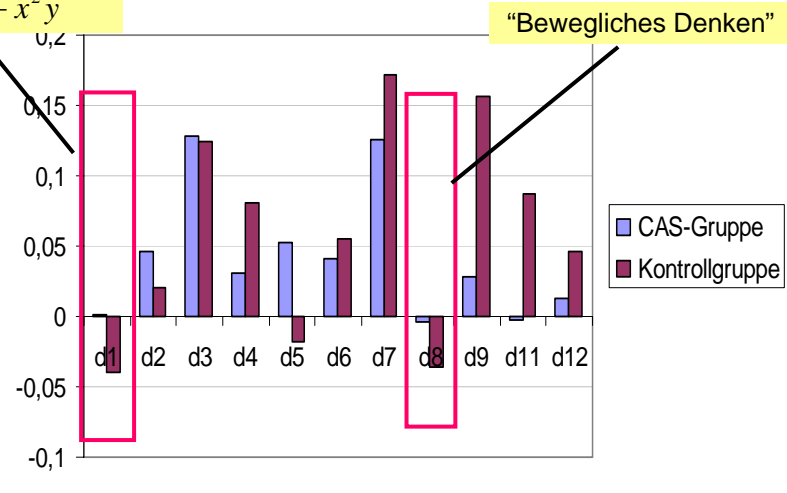
## 2005/06 - Vergleich von TC- und Kontrollgruppe



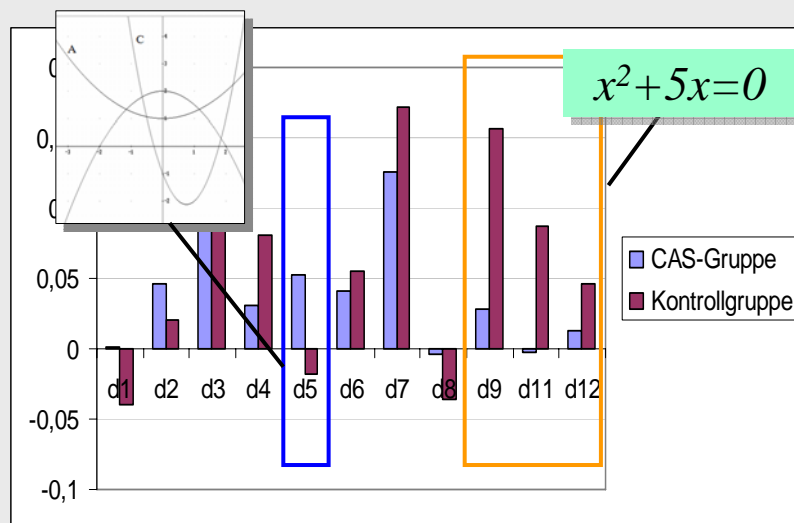
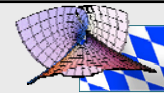
2005/06 – Leistungszuwachs - Vergleich von Vor und Nachtest



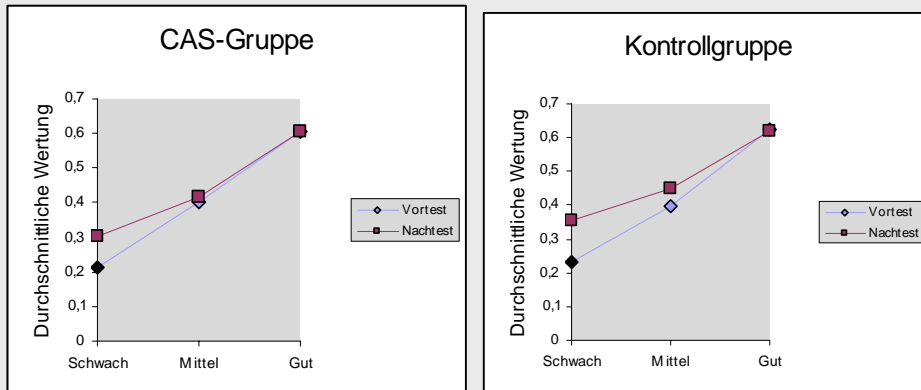
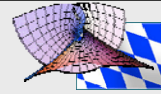
$$\frac{x^3 - xy^2}{x^3 - x^2y} =$$



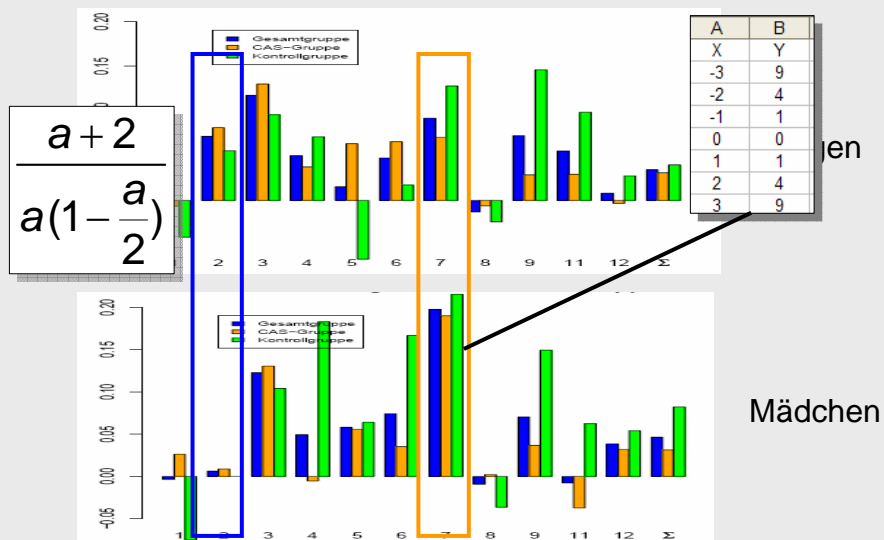
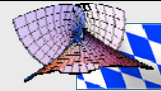
2005/06 – Leistungszuwachs - Vergleich von Vor und Nachtest



## Leistungszuwachs 05/06 - „schwache“ - „mittel“ - „gute“ Sch.



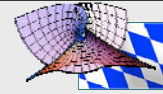
## Leistungszuwachs Jungen - Mädchen



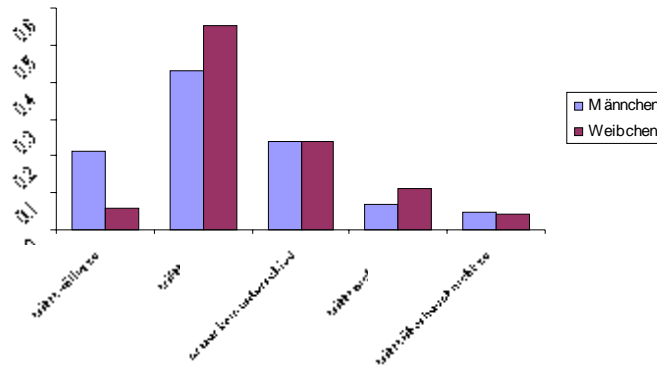
Schüler-Fragebogen					
	++	+	O	-	--
Der Unterricht mit dem Voyage 200 war interessanter als der frühere Unterricht.	16%	40%	22%	11%	10%
Der Unterricht wurde durch den Voyage 200 leichter.	10%	36%	22%	19%	13%
Der Unterricht war abwechslungsreicher.	21%	47%	14%	9%	8%
Ich habe in diesem Unterricht mehr gelernt als im sonstigen Unterricht.	2%	15%	44%	17%	22%
Mathematik hat mir in diesem Unterricht mehr Freunde bereitet.	8%	24%	36%	15%	17%
Mit dem Voyage 200 habe ich eine ganz neue Seite der Mathematik kennen gelernt.	9%	35%	22%	19%	15%
++: trifft völlig zu; +: trifft zu; o: es war kein Unterschied; -: trifft nicht zu; --: trifft überhaupt nicht zu.					

Schüler-Fragebogen					
	++	+	O	-	--
Ich war aktiver als im sonstigen Unterricht.	4%	11%	42%	18%	25%
Ich habe mich über Unterricht und Hausaufgaben hinaus eigenständig mit dem Voyage 200 beschäftigt.	8%	32%	11%	25%	24%
Ich würde gerne weiterhin im Mathematikunterricht mit dem Voyage 200 arbeiten.	32%	21%	8%	11%	27%
Ich würde meinen Schulfreunden aus der 9. Klasse empfehlen, unbedingt in eine Klasse zu gehen, in dem mit dem Voyage 200 gearbeitet wird.	14%	31%	9%	24%	21%

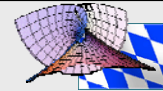
## Schüler-Fragebogen 05/06 – Jungen - Mädchen



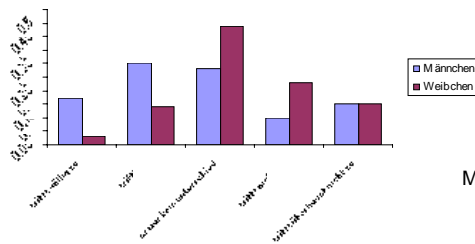
Der Unterricht war abwechslungsreicher.



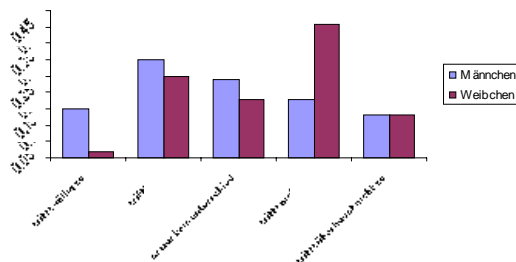
## Schüler-Fragebogen 05/06 – Jungen - Mädchen



Mathematik hat mir in diesem Unterricht mehr Freude gemacht.

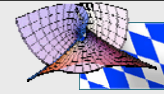


Mit dem Voyage 200 habe ich eine ganz neue Seite der Mathematik kennen gelernt.

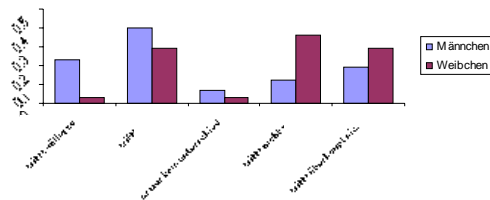




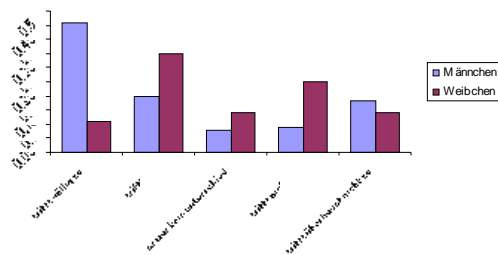
## Schüler-Fragebogen 05/06 – Jungen - Mädchen



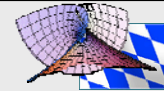
Ich habe mich über Unterricht und Hausaufgaben hinaus eigenständig mit dem Voyage 200 beschäftigt.



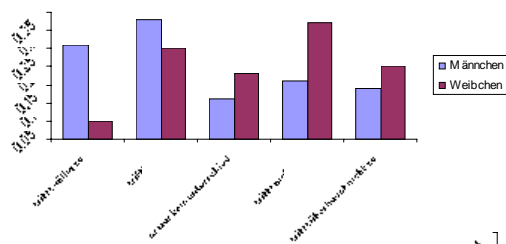
Ich würde gerne weiterhin im Mathematikunterricht mit dem Voyage 200 arbeiten.



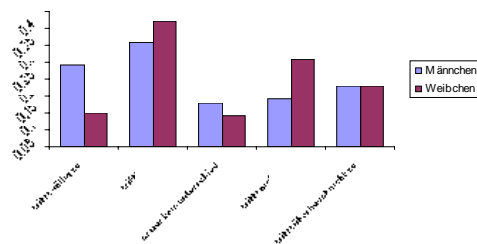
## Schüler-Fragebogen 05/06 – Jungen - Mädchen



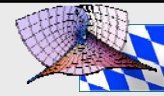
Ich würde meinen Schulfreunden aus der 9. Klasse empfehlen, unbedingt in eine Klasse zu gehen, in der mit dem Voyage 200 gearbeitet wird.



Ich habe den Voyage 200 häufig zu den Hausaufgaben benutzt.



## Stundenprotokolle der Lehrer



Unterrichtsinhalt, Aufgabe, Arbeits- blatt, ...	Unterrichtsform des CAS-Einsatzes	Überwiegend verwendete CAS-Fenster	Zeitungsumfang in Minuten: Etwa .....
	<input type="checkbox"/> Lehrerzentriert <input type="checkbox"/> Individuelles Arb. <input type="checkbox"/> Partnerarbeit <input type="checkbox"/> Gruppenarbeit <input type="checkbox"/> Projektarbeit <input type="checkbox"/> .....	<input type="checkbox"/> Algebra-Fenster <input type="checkbox"/> Graphik-Fenster <input type="checkbox"/> Tabellen-Fenster <input type="checkbox"/> Geometrie-Fenster <input type="checkbox"/> .....	

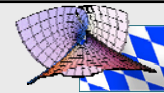
Abb. 8: Ausschnitt aus dem Lehrer-Stundenprotokoll

Rechner in 50 % der Stunden genutzt.

30 % der Stunden: Partner- und/oder Gruppenarbeit

30 % der Stunden: Individuelles Arbeiten oder Schülervortrag

## Aufgaben: Fragen beim TC-Einsatz

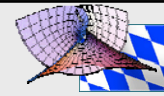


- Welche neuen Aufgabenstellungen?
- Welche Bedeutung kommt dem Rechner im Lösungsprozess zu?
- Müssen Aufgaben anders formuliert werden?
- Wie werden die Lösungen dokumentiert?
- ....

Hier nur Analyse einiger tatsächlich gestellter Aufgaben!



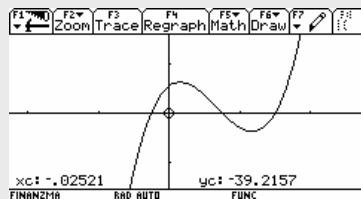
Aufgaben: **Neue Lösungsmöglichkeiten**



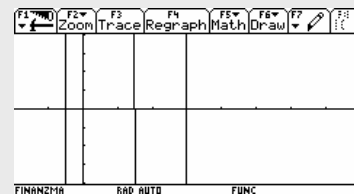
... Graphisches Lösen von Gleichungen

Beispiel: Welches maximale Volumen (auf  $\text{cm}^3$  genau) kann durch die Veränderung des Quaders erreicht werden? Für welchen Wert von  $x$  (auf Millimeter genau) ist dies der Fall?

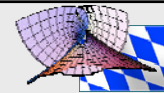
$$f(x) = (12 - x)(10 + 5x)(18 - 3x)$$



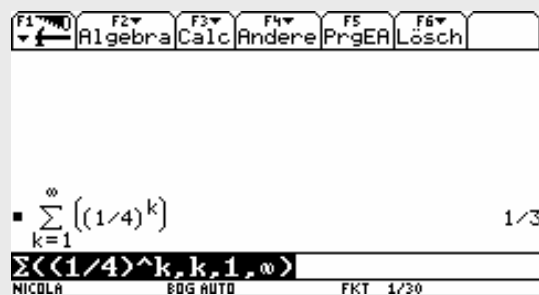
Bedeutung von Grundlagenkenntnissen



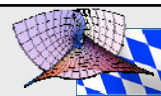
Aufgaben: **Neue Lösungsmöglichkeiten**



Bestimme  $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^k$ . Interpretiere die Anzeige des TI-Voyage 200!



Aufgaben: Erweiterung der Lösungsstrategien



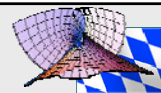
Beispiel: Wo schneidet der Graph der Funktion  $f : x \rightarrow \frac{1}{2} \cdot (x-12)^4 - 5$  die Koordinatenachsen? *Beschreibe dein Vorgehen mit dem Rechner.*

Graphisch  
Knopfdruck („Zero-Befehl“),  
Menübefehl (solve(f(x)=0,x))  
Wertetabelle  
Papier und Bleistift

Beispiel:  $f(x) = \frac{5}{2} \sqrt[3]{x+2}$ . Für welchen x-Wert (auf 1 Dezimale) gilt  $f(x) = 4,5$ ? *Wie gehst du vor?*

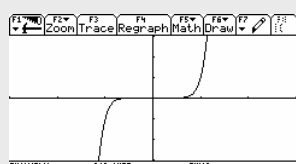
.... „Interpretiere die Anzeige des TI Voyage 200“.

Aufgaben: Der Rechner als heuristisches Instrument

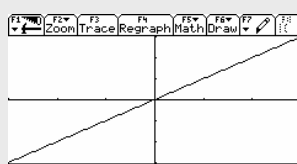


Geben Sie Definitionsbereich, Symmetrie und Wertemenge der Funktion mit  $g(x) = \frac{1}{(x+2)^4}$  an.

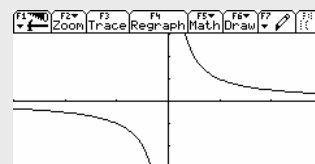
Gegeben sei zu jedem ganzen p die Funktion  $f_p : x \mapsto x^{2p+7}$  mit jeweils maximaler Definitionsmenge. Was kannst du über die Symmetrie der Graphen von  $f_p$  aussagen? (Knappe Begründung)



p = 1

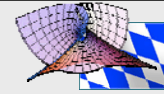


p = -3



p = -4

## Aufgaben: Der Rechner als Kontrollinstrument



... „Wie überprüfst du das Ergebnis mit dem TI Voyage 200“

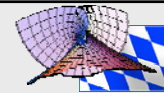
Vereinfachen Sie schrittweise mit Hilfe der Potenzgesetze so weit wie möglich

$$\left( \frac{3a^{-2}b^4}{4ab^{-2}} \right)^{2p} : \left( \frac{2b^{-4}}{3a^{-2}} \right)^{-3p}$$

Ergebnis:  $\left( \frac{1}{6} \right)^p$

The screenshot shows the TI Voyage 200 calculator interface. The top menu bar includes F1 (2nd), F2 (Algebra), F3 (Calc), F4 (Other), F5 (PrgmIO), and F6 (Clean Up). The main display area shows the expression  $\left( \frac{3 \cdot a^{-2} \cdot b^4}{4 \cdot a \cdot b^{-2}} \right)^{2 \cdot P}$  divided by  $\left( \frac{2 \cdot b^{-4}}{3 \cdot a^{-2}} \right)^{-3 \cdot P}$ . To the right of the division, the simplified result is shown as  $(1/6)^P \cdot (a^2)^{3 \cdot P} \cdot \left( \frac{1}{a^3} \right)^{2 \cdot P}$ . The bottom status bar displays 'FINANZMA', 'RAD AUTO', and 'FUNC 1/30'.

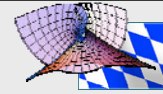
## Selbsteinschätzung der Lehrer



Halbjährliche Berichte an das KM

- + Einfaches Arbeiten mit Graphen und Tabellen
- + Modellierung von Umweltsituationen mit Funktionstypen, die bisher nicht behandelt wurden
- + Kontrolle von Rechnungen
- + Neue Möglichkeiten diskreten Arbeitens: Folgen, Intervallschachtelungen, Iterationsverfahren
- Leistungsschwache Schüler waren passiv
- Zu kleiner Bildschirm – keine hohe Auflösung
- Unterricht gelegentlich zeitintensiv aufgrund technischer Probleme

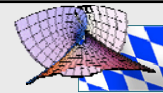
## Bayern – Projekt 2006/07



- Ausarbeiten einer Konzeption (Ewald Bichler)
- Kommunikation unter den Lehrern fördern (Plattform)
- Untersuchen von Schülerlösungen bei Stegreif- und Klassenarbeiten
- Förderung – insbesondere – der „guten“ Schüler?
- Einstellungsänderung von Schülern und Lehrern?
- Vernetzung mit anderen Projekten: CALiMERO, Hamburg, Schleswig Holstein, ...

### Zentrale Ziele:

- Förderung zentraler Kompetenzen des MU und damit ein besseres Lösen von Aufgaben (auch ohne Rechner).
- Entwicklung der Einstellung gegenüber Mathematik.



D@s w@r's - D@nke schön!

[weigand@mathematik.uni-wuerzburg.de](mailto:weigand@mathematik.uni-wuerzburg.de)

<http://www.didaktik.mathematik.uni-wuerzburg.de>