

Modellversuch M³ an bayerischen Gymnasien

Erste Ergebnisse und Ausblick

Ewald Bichler

Seit dem Schuljahr 2003/2004 wird in Bayern der Modellversuch „Medienintegration im Mathematikunterricht“ durchgeführt. Hierbei werden in Klassen der Jahrgangsstufen 10 und 11 CAS-Rechner (VoyageTM200) eingesetzt. Dabei wird der CAS-Rechner in den Mathematikunterricht integriert, also auch in Hausaufgaben und Prüfungen. In den Schuljahren 2003/2004 und 2004/2005 waren daran drei Gymnasien beteiligt („erste Phase“), seit dem Schuljahr 2005/2006 ist das Projekt auf insgesamt elf Gymnasien ausgedehnt.

Im Fokus stand die Frage, ob sich hinsichtlich zentraler mathematischer Fähigkeiten (Termumformungen, Interpretieren von Graphen, Lösen von Gleichungen, Arbeiten mit Tabellen, Arbeiten mit Formeln) nach einem Jahr Unterschiede zwischen den CAS- und den Kontrollklassen feststellen lassen. Dies wurde mithilfe eines klassischen Vor-/Nachtest- Designs an „CAS-Klassen“ (welche einen CAS-Rechner verwenden) und „Kontrollklassen“ (welche keinen CAS-Rechner verwenden) untersucht, wobei bei den Tests die Benutzung des CAS-Rechners nicht erlaubt war.

Es seien hier einige dieser Aufgaben beispielhaft vorgestellt:

Ausschnitte aus den Testbögen (ohne CAS Rechner):

- Vereinfachen Sie den folgenden Term so weit wie möglich:

$$\frac{x^3 - xy^2}{x^3 - x^2y} =$$

- Welche Ausdrücke sind gleichbedeutend mit $2x + y^3$? Kreisen Sie die zugehörigen Buchstaben (A, B, C, D) ein.

A: $x^2 + y \cdot y^2$ B: $x + x + y^3$
 C: $x \cdot x + y^3$ D: $x + x + y \cdot y^2$

- Skizzieren Sie den Graphen der quadratischen Funktion mit der Gleichung $y = -0,5(x - 1,5)^2 + 3$.
- Bestimmen Sie jeweils die Lösungen der folgenden Gleichungen über der Grundmenge \mathbb{R} .
 a) $x^2 + 5x = 0$ b) $x^2 = x$

- Geben Sie eine Funktionsvorschrift an, die zu der folgenden Tabelle passt:

x	-3	-2	-1	0	1	2
y	-2,5	-1	0,5	2	3,5	5

Dabei hat sich herausgestellt, dass bezüglich algebraischer (händischer) Fertigkeiten kein signifikanter Unterschied zwischen den beiden Gruppen besteht. Dies entkräftet das oft angeführte Argument, der Einsatz eines CAS-Rechners lasse gerade diese Fertigkeiten „verkümmern“. Im ersten Jahr der Phase II konnte dieses Ergebnis an einer breiteren Datenbasis bestätigt werden.

Eine ebenso häufige Befürchtung ist, dass sich die „Leistungsschere“ weiter öffnet. In den ersten drei Jahren des Modellversuchs konnte dieses Argument nicht bestätigt werden. Es zeigte sich, dass leistungsschwächere Schülerinnen

und Schüler einen hohen Leistungszuwachs zeigten. Allerdings ließ sich auch beobachten, dass leistungsstarke Schülerinnen und Schüler einen vergleichsweise sehr geringen Zuwachs zeigten. Dies zu interpretieren steht noch aus.

Durch Expertenurteile wurden die Prüfungsaufgaben gesichtet und untersucht. Dabei hat sich gezeigt, dass die meisten Aufgaben auch gestellt worden wären, wenn man die CAS-Rechner nicht zur Verfügung gehabt hätte. Dabei mag einen Einfluss gehabt haben, dass der Modellversuch auf eine Dauer von einem Jahr angelegt war und man daher nicht zu sehr vom „üblichen“ Weg abgewichen ist. Die größten Änderungen bei den Aufgaben traten nicht im inhaltlichen Gebiet auf, aus dem sie genommen worden waren, sondern in der Art und Weise der Lösungswege, die zur Verfügung stehen. So kann sich eine „klassische“ Aufgabe bei der Verwendung eines CAS mehr öffnen.

Beispiel einer „klassischen“ Prüfungsaufgabe:

Bestimme die Anzahl der Lösungen der Gleichung $\cos(5x)=x$. Argumentiere schlüssig.

Diese Aufgabe kann gelöst werden durch die Kenntnisse über die Periodenlänge und Beschränktheit der cos-Funktion. Haben die Schülerinnen und Schüler ein CAS zur Verfügung, so können sie eine näherungsweise Lösung durch den solve-Befehl betrachten, Wertetabellen untersuchen oder sich die Situation graphisch vor Augen führen.

Es hat sich gezeigt, dass es für einige Aufgabentypen einen erweiterten Schatz an Lösungsstrategien gab. So konnte zur näherungsweisen Lösung von Gleichungen z.B. auch die graphische Methode eingesetzt werden, oder auch verstärkt Tabellen. Dieses größere Repertoire wurde intensiv genutzt und von den Lehrkräften als wichtig erachtet. Verglichen mit den „üblichen“ Aufgaben wurden vermehrt näherungsweise Lösungen (graphisch, tabellarisch) eingesetzt und auch akzeptiert.

Erweiterte Lösungsstrategien:

Wo schneidet der Graph der Funktion

$$x \mapsto \frac{1}{2} \cdot (x - 12)^4 - 5$$

die Koordinatenachsen?

Die Bearbeitung der Aufgabe kann auf unterschiedliche Weisen angegangen werden: Der Graph der Funktion kann im Graphikmodus betrachtet und untersucht werden. Bei einer Eingabe der Funktion in den Y-Editor wird auch eine Wertetabelle im Tabellenmodus ausgegeben, die nach den gesuchten Punkten untersucht werden kann. Eine weitere Bearbeitungsmöglichkeit bietet der solve - Befehl.

Der CAS-Rechner wurde sogar auch in Prüfungsaufgaben als heuristisches Hilfsmittel eingesetzt.

CAS – Rechner als heuristisches Hilfsmittel:

Für $n \in \mathbb{N}$ und $a \in \mathbb{R}$ werde die Gleichung $x^n = a$ betrachtet. Die Anzahl der Lösungen dieser Gleichung hängt von a und n ab.

- Untersuchen Sie die Gleichung nach der Anzahl der Lösung. Bedienen Sie sich hierbei der graphischen Lösungsmöglichkeit von Gleichungen.
- Stellen Sie ihre Erkenntnisse übersichtlich dar und begründen Sie ihre Klassifizierung jeweils kurz. Sie können kleine Skizzen anfertigen, achten sie aber jeweils auf Exaktheit bei der Begründung der Anzahl.

Die Schülerinnen und Schüler schätzten den Unterricht mit dem CAS-Rechner als überwiegend positiv ein, das Bild von Mathematik in ihren Augen war dadurch besser, die Freude an der Mathematik höher. Allerdings gab es bezüglich des Wunsches, den CAS-Rechner weiterhin einzusetzen, eine Spaltung in zwei entgegengesetzte Lager. Dabei dürfte jedoch auch die Tatsache, dass die erste Phase des Modellversuchs von vorne herein auf eine Jahrgangsstufe beschränkt war, eine Rolle gespielt haben.

Die teilnehmenden Lehrkräfte werteten den Einsatz des CAS-Rechners als überwiegend positiv. Dabei wurden nicht nur didaktische Bereicherungen angeführt, sondern auch die

Tatsache, dass der Rechner als Katalysator für moderne Unterrichtsformen gesehen werden kann.

Der Modellversuch wird im Augenblick in den Jahrgangsstufen 10 und 11 durchgeführt und wird im kommenden Schuljahr auf die Kollegstufe erweitert werden. Dabei wird besonders der Frage nachgegangen, welche Auswirkungen und Bedeutungen der Werkzeugeinsatz für die Schülerinnen und Schüler hat. Für weitere Fragen steht der Autor gerne zur Verfügung.

Ein Vortragsskript über aktuellere Tendenzen finden Sie in der Materialdatenbank zusammen mit diesem Artikel.

Weitere Literatur für vertieftes Studium der Ergebnisse und der Untersuchung:

- Weigand, H.-G., „Der Einsatz eines Taschencomputers in der 10. Jahrgangsstufe . Evaluation eines einjährigen Schulversuchs“, Journal für Mathematik-Didaktik, Jahrgang 27 (2006), Heft 2

Autor:

Ewald Bichler, Universität Würzburg
ewald.bichler@mathematik.uni-wuerzburg.de